



1. Uma das atividades preferidas dos turistas na ilha da Madeira consiste em realizar uma descida num carro de vime, desde o Monte até ao Funchal. Cada carro de vime é conduzido por um carreiro, podendo ir sentados lado a lado dois turistas.

Os quatro elementos da família Antunes, os pais e os dois filhos, decidiram fazer a descida do Monte até ao Funchal em dois desses carros de vime.

- 1.1. Para decidir qual deles irá no carro de vime com a mãe, os dois irmãos jogam um jogo.

Cada um deles lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e ganha aquele que obtiver o maior número na face do dado que ficar voltada para cima. Se houver empate, repetem o lançamento dos dados até que um deles ganhe.

Determine a probabilidade de o Francisco, um dos irmãos, ganhar o jogo à primeira tentativa.

Apresente a resposta na forma de fração irredutível.

- 1.2. No momento em que a família Antunes decidiu fazer a descida nos carros de vime, os carreiros disponíveis eram o Alves, o Bino e o Célio.

Sabe-se que o Alves realiza 40% das descidas, o Bino realiza 30% das descidas e o Célio realiza 30% das descidas.

Por vezes, os condutores oferecem uma flor aos turistas que fazem a descida no seu carro de vime. O Alves oferece a flor em 20% dos casos, o Bino, em 55% dos casos, e o Célio, em 40% dos casos.

No final da descida, a senhora Antunes recebeu uma flor.

Determine a probabilidade de a senhora Antunes ter realizado a descida num carro de vime conduzido pelo Bino.

Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

2. *Sala de Fuga* é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Junto das equipas que concluíram o desafio de um jogo de *Sala de Fuga*, foi realizado um estudo estatístico relativo ao tempo, em minutos, que as mesmas demoraram para o concluir.

Na tabela seguinte, estão parcialmente registados os dados recolhidos.

Tempo (em minutos)	Número de equipas	Frequência relativa simples (%)	Frequência relativa acumulada (%)
]0,10]	x		12,5
]10,20]		y	52,5
]20,30]			60
]30,40]	12		70
]40,50]			z
]50,60]		7,5	100

Certo dia, a Joana, uma das funcionárias do jogo de *Sala de Fuga*, tirou uma fotografia a cada uma das equipas que concluiu o desafio num tempo, em minutos, pertencente ao intervalo]30,40].

Admita que, das equipas fotografadas pela Joana, 25% concluíram o desafio num tempo superior a 35 minutos.

A Joana organizou as fotografias num álbum, colando, ao acaso, uma fotografia em cada página.

Qual é a probabilidade de apenas uma das duas fotografias colocadas nas duas primeiras páginas do álbum ser de uma equipa que terminou o desafio num tempo, em minutos, pertencente ao intervalo]35,40] ?

Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2024, 2.^a Fase



3. *Sala de Fuga* é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Dos capitães das equipas que, em 2023, participaram num jogo de *Sala de Fuga*, verificou-se que:

- a quarta parte participava pela primeira vez;
- 48% não participavam pela primeira vez e pertenciam a equipas que concluíram o desafio;
- 56% dos que participavam pela primeira vez pertenciam a equipas que concluíram o desafio.
-

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço. Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

Escolheu-se, ao acaso, um capitão de uma equipa que, em 2023, participou num jogo de *Sala de Fuga*.

A probabilidade de esse capitão já ter participado anteriormente num jogo de *Sala de Fuga* era **I**.

A percentagem de capitães que participava pela primeira vez num jogo de *Sala de Fuga* e cujas equipas concluíram o desafio foi **II**.

A probabilidade de o capitão pertencer a uma equipa que concluiu o desafio, sabendo-se que não participava pela primeira vez num jogo de *Sala de Fuga*, era **III**.

Conseguiram concluir o desafio **IV** das equipas destes capitães.

I	II	III	IV
a) 0,25	a) 8%	a) 0,36	a) 62%
b) 0,4	b) 14%	b) 0,48	b) 75%
c) 0,75	c) 31%	c) 0,64	c) 91%

Exame – 2024, 2.^a Fase



4. *Sala de Fuga* é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Durante um determinado período de tempo, realizou-se uma campanha publicitária para divulgar quatro jogos de *Sala de Fuga*, A, B, C e D.

Após a campanha, com o intuito de saber qual era o preferido, foi selecionado, ao acaso, um conjunto de 900 pessoas de entre as que manifestaram intenção de participar num dos jogos de *Sala de Fuga* divulgados na campanha publicitária. Questionadas sobre o jogo de *Sala de Fuga* preferido, cada uma destas pessoas indicou A, B, C ou D.

Na tabela seguinte, estão registadas as respostas obtidas.

	A	B	C	D
Número de pessoas	200	250	324	126

Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas questionadas.

Qual é a probabilidade de a pessoa escolhida ter preferido o jogo de *Sala de Fuga* A, sabendo-se que não indicou nem o C nem o D?

- (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{5}{9}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

Exame – 2024, 2.^a Fase



5. A partir de março de 2020, as matrículas atribuídas em Portugal passaram a ser compostas por sequências formadas por duas letras, dois algarismos e duas letras.

Na figura seguinte, apresenta-se uma matrícula possível.



- 5.1. Considere apenas as matrículas que têm na parte numérica o número 78 e cujas letras se podem selecionar ao acaso de entre as 10 letras do conjunto $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

Escolhe-se ao acaso uma das matrículas que é possível formar nas condições dadas.

Para determinar a probabilidade de obter uma matrícula com apenas uma vogal, que não se pode repetir, o Manuel desenvolveu o raciocínio seguinte.

Uma vez que a parte numérica da matrícula (78) já se encontra definida, o Manuel dedicou a sua atenção à sequência de letras que constitui a matrícula.

O Manuel começou por pensar que a única vogal só poderia ser escolhida de entre as **I** disponíveis. De seguida, percebeu que existem **II** formas de escolher as restantes três letras. Concluiu, portanto, que o número de casos favoráveis para determinar a probabilidade solicitada seria o **III** do produto dos dois valores anteriores.

Quanto ao número de casos possíveis, o Manuel obteve **IV** casos.

I	II	III	IV
a) 2	a) $7 \times 6 \times 5$	a) dobro	a) $10 \times 9 \times 8 \times 7$
b) 3	b) 7^3	b) triplo	b) 10^4
c) 5	c) $7 \times 6 \times 5 \times 3$	c) quádruplo	c) $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 4$

- 5.2. Algumas das matrículas nas condições iniciais começam e terminam com a letra A, e as restantes letras que as compõem são diferentes entre si e são diferentes da letra A.

Quantas são essas matrículas?

- (A) 64 (B) 72 (C) 81 (D) 95

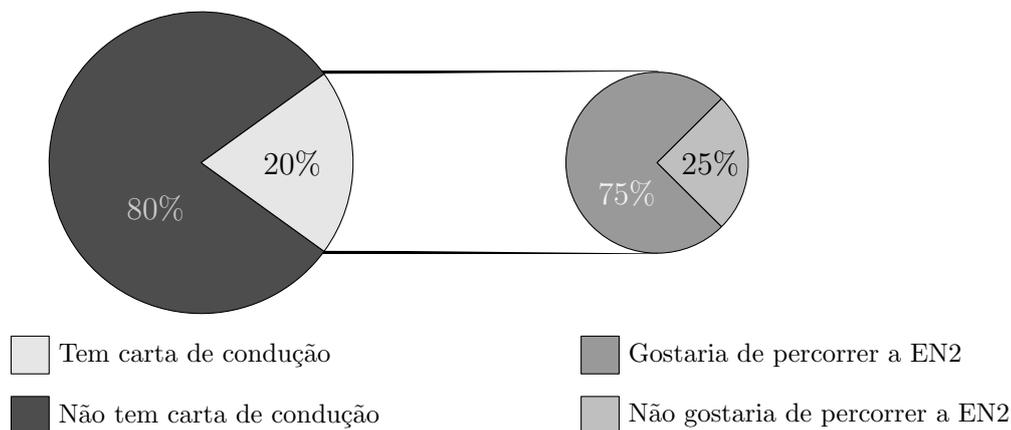
Exame – 2024, 1.ª Fase



6. A Estrada Nacional 2 (EN2) foi incluída no Plano Rodoviário Nacional de 1945. É a mais extensa estrada portuguesa, totalizando 739,26 quilómetros, e a única na Europa que atravessa um país em toda a sua extensão, desde Chaves até Faro, passando por 35 concelhos.

Fez-se um inquérito aos alunos de uma escola secundária com o intuito de saber se gostariam de percorrer a EN2 e se tinham carta de condução.

Na figura seguinte, apresentam-se os resultados obtidos. Como se pode observar, os dados do gráfico circular situado à direita dizem respeito apenas aos alunos que têm carta de condução.



Sabe-se ainda que 50% dos alunos questionados gostariam de percorrer a EN2.

Escolhe-se, de forma aleatória, um dos alunos questionados que gostaria de percorrer a EN2.

Determine a probabilidade de esse aluno não ter carta de condução.

Exame – 2024, 1.^a Fase

7. Foram analisados 500 formulários preenchidos pelos turistas que embarcaram num navio de cruzeiro.

Concluiu-se que:

- 200 turistas estão em lua de mel;
- dos turistas que estão em lua de mel, metade está instalada numa *suite*;
- dos turistas que não estão em lua de mel, a quinta parte não está instalada numa *suite*.

Escolhe-se ao acaso um desses 500 formulários.

Determine a probabilidade de o formulário escolhido pertencer a um turista que não está em lua de mel, sabendo-se que está instalado numa *suite*.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2023, 2.^a Fase



8. Uma das atrações da Festa da Freguesia é a quermesse, onde se podem comprar rifas.

Considere que, num conjunto de 200 rifas:

- 120 são verdes;
- um quarto das rifas verdes são rifas premiadas;
- das rifas premiadas, há tantas verdes quantas as que não são verdes.

Escolhe-se, aleatoriamente, uma rifa daquele conjunto de 200.



Determine a probabilidade de a rifa escolhida não ser premiada, sabendo-se que não é verde.

Apresente a sua resposta na forma de dízima.

Exame – 2023, 1.ª Fase

9. O Alexandre é um jogador profissional de ténis e tem uma equipa técnica que o acompanha e que recolhe dados diversos.

- 9.1. Os torneios de ténis podem ser disputados em diferentes tipos de piso, nomeadamente em piso sintético ou em piso de terra batida.

Dos adversários que o Alexandre enfrentará num torneio de ténis, sabe-se que:

- 90% venceram torneios disputados em piso sintético ou em piso de terra batida;
- 60% nunca venceram torneios disputados em piso de terra batida.

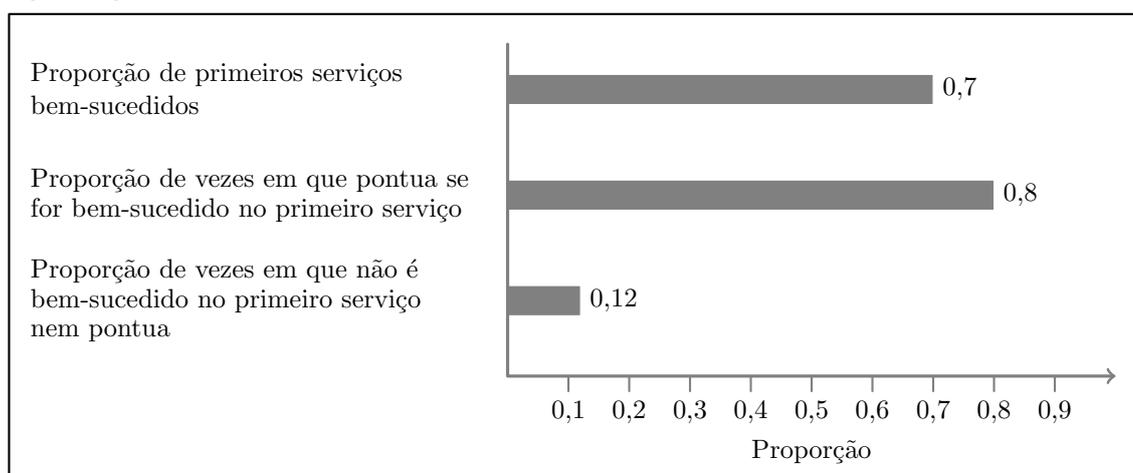
Qual é a probabilidade de o próximo adversário do Alexandre ter vencido torneios disputados em piso sintético e nunca ter vencido torneios disputados em piso de terra batida?

- (A) 0,2 (B) 0,4 (C) 0,5 (D) 0,6

- 9.2. Ao começar uma partida, o Alexandre faz uma primeira tentativa para colocar a bola em jogo (primeiro serviço). Se não for bem-sucedido, pode ainda fazer uma segunda tentativa (segundo serviço). Quando a bola está em jogo, disputa-se um ponto entre os jogadores.

A equipa técnica recolhe dados que incidem na proporção de primeiros serviços bem-sucedidos e na proporção de vezes em que o Alexandre pontua, conforme foi, ou não, bem-sucedido no primeiro serviço.

Na figura seguinte, apresenta-se a recolha de dados efetuada pela equipa técnica.



Determine a probabilidade de, tendo colocado uma bola em jogo, o Alexandre pontuar.

Apresente o resultado na forma de dízima.



9.3. A equipa técnica analisou a eficácia do Alexandre ao defender o serviço dos seus adversários.

Com base nos dados, determinou que a probabilidade de o atleta conseguir defender um serviço dos seus adversários é 0,6.

Considere que o Alexandre vai tentar defender dois serviços dos seus adversários.

Determine a probabilidade de o Alexandre conseguir defender, no máximo, um serviço dos seus adversários.

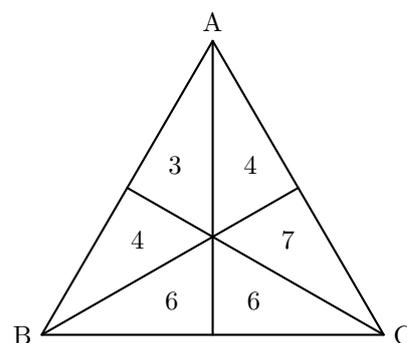
Exame – 2022, Ép. especial

10. Na ilha de Dujal, existe um parque de campismo que é muito procurado por campistas.

Para eleger o novo diretor do parque, os 30 principais acionistas da empresa que o detém votaram, cada um deles, numa lista de preferências constituída pelos três candidatos elegíveis para o cargo: a Ana (A), o Bruno (B) e o Carlos (C).

A figura ao lado apresenta os resultados dos 30 votos validamente expressos.

De acordo com a figura ao lado, três dos acionistas votaram na lista de preferência ABC, pois o número 3 está numa região do triângulo cujo vértice mais próximo é o A, seguindo-se o B e, finalmente, o C.



Escolhe-se, ao acaso, um dos 30 votos apresentados na figura anterior.

Considere os acontecimentos seguintes, associados a esta experiência aleatória:

R : «O voto selecionado tem como primeira preferência o candidato B»

S : «O voto selecionado tem como segunda preferência o candidato A»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(R|S)$?

- (A) $\frac{4}{11}$ (B) $\frac{7}{11}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

Exame – 2022, 2.ª Fase



11. O parque de campismo dispõe de diversas comodidades para os seus clientes, sendo duas delas um bar e uma piscina.

11.1. Questionou-se um conjunto de 300 clientes que usufruíram de, pelo menos, uma das duas comodidades referidas e verificou-se que:

- 80 clientes tinham usufruído de ambas as comodidades;
- dos clientes que usufruíram do bar, a terça parte também usufruiu da piscina.

Quantos, do conjunto de 300 clientes, usufruíram da piscina?

11.2. Numa determinada altura do ano, verificou-se que:

- 60% dos clientes eram estrangeiros;
- 30% dos clientes eram estrangeiros e não usufruíram da piscina;
- dos clientes que não eram estrangeiros, 80% não usufruíram da piscina.

Escolheu-se, ao acaso, um destes clientes.

Determine a probabilidade de esse cliente ter usufruído da piscina.

Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 2022, 2.^a Fase

12. No recrutamento de funcionários para a agência de viagens Ir&Voltar, são valorizadas as competências seguintes: capacidade de comunicação (C), capacidade de negociação (N), domínio da tecnologia (T), domínio da língua inglesa (I) e persistência (P).

Cada candidato é avaliado, em cada competência, numa escala que varia desde o nível 1, menos competente, até ao nível 5, mais competente.

Depois de o candidato ser avaliado, constrói-se o polígono de competências.

Para tal:

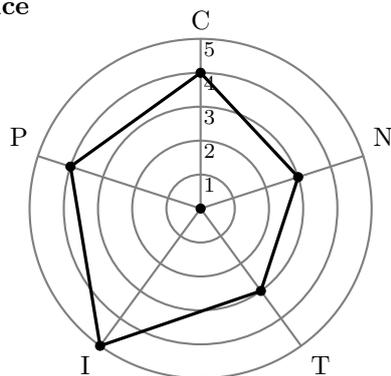
- são desenhadas cinco circunferências, com o mesmo centro e diferentes raios; cada circunferência representa um nível, correspondendo a de menor raio ao nível 1, a seguinte ao nível 2, e assim sucessivamente, até à de maior raio, que corresponde ao nível 5;
- são marcados cinco raios da circunferência maior, cada um representando o eixo relativo ao nível de cada uma das cinco competências.

Se um candidato é avaliado com o nível 5 na capacidade de comunicação, é marcado o ponto de intersecção entre o raio correspondente a esta competência e a circunferência correspondente ao nível 5. Proceda-se de modo semelhante para as restantes competências. Depois de marcados os cinco pontos, estes são ligados, definindo o polígono de competências do candidato.

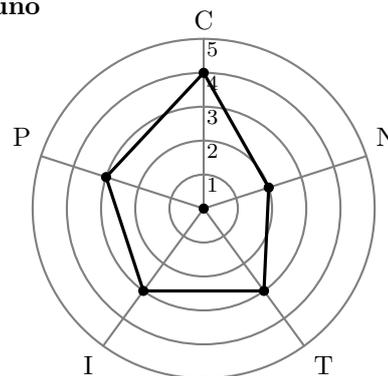


Na figura seguinte, apresentam-se os polígonos de competências dos quatro candidatos que se apresentaram a concurso, a Alice, o Bruno, a Carlota e o Delfim.

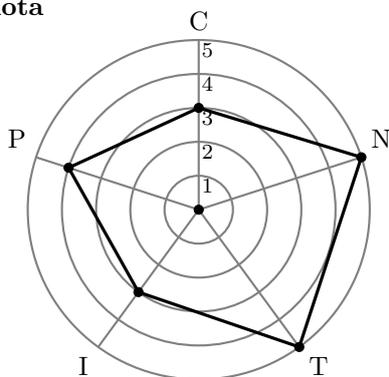
Alice



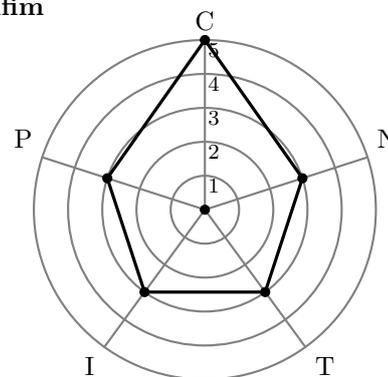
Bruno



Carlota



Delfim



Observando o polígono de competências da Alice, podemos, por exemplo, concluir que foi avaliada com o nível 4 na capacidade de comunicação e com o nível 5 no domínio da língua inglesa.

Considere os polígonos de competências apresentados na figura anterior.

Escolhe-se, ao acaso, um destes quatro polígonos.

Considere os acontecimentos seguintes, associados a esta experiência aleatória:

A : «O polígono escolhido tem assinalado o nível 4 na capacidade de comunicação (C)»

B : «O polígono escolhido tem assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação (N)»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

13. Na localidade onde se situa a agência de viagens Ir&Voltar, existe também a agência de viagens Vá&Volte.

Das 200 pessoas que responderam a um questionário, 140 referiram que já tinham comprado viagens na Ir&Voltar.

13.1. Foi, ainda, possível apurar que, das 200 pessoas que responderam ao questionário:

- 75 pessoas já tinham comprado viagens na agência Vá&Volte;
- 40 pessoas não compraram viagens nem na agência Ir&Voltar nem na agência Vá&Volte.

Escolhe-se, ao acaso, uma das 200 pessoas questionadas.

Determine a probabilidade de essa pessoa já ter comprado viagens em ambas as agências.

Apresente o resultado na forma de dízima.

13.2. Quando questionadas as 200 pessoas sobre se já tinham feito um cruzeiro, verificou-se o seguinte:

- 35% das pessoas nunca fizeram um cruzeiro;
- das pessoas que não compraram viagens na agência Ir&Voltar, 70% nunca fizeram um cruzeiro.

Qual é a probabilidade de uma das pessoas questionadas, escolhida ao acaso, ter comprado viagens na Ir&Voltar, sabendo-se que não fez um cruzeiro?

Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 2022, 1.^a Fase

14. A rádio OnOfff é uma rádio local que transmite através da Internet, com recurso a tecnologia de transmissão de áudio e de vídeo em tempo real.

Realizado um estudo junto dos funcionários da rádio OnOfff, concluiu-se que:

- 80% dos funcionários trabalham a partir de casa;
- de entre os funcionários que trabalham a partir de casa, metade colabora em programas emitidos diariamente;
- 5% dos funcionários não trabalha a partir de casa e não colabora em programas emitidos diariamente.

Escolhe-se ao acaso um dos funcionários da rádio OnOfff.

Determine a probabilidade de o funcionário selecionado colaborar em programas emitidos diariamente.

Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 2021, Ép. especial

15. Dos alunos de uma universidade que participaram no programa Erasmus+, sabe-se que:

- 40% dos que ficaram alojados numa residência universitária não ficaram colocados na primeira cidade que selecionaram;
- 18% ficaram colocados na primeira cidade que selecionaram e ficaram alojados numa residência universitária.

Escolheu-se, ao acaso, um destes alunos.

Determine a probabilidade de este aluno ter ficado alojado numa residência universitária.

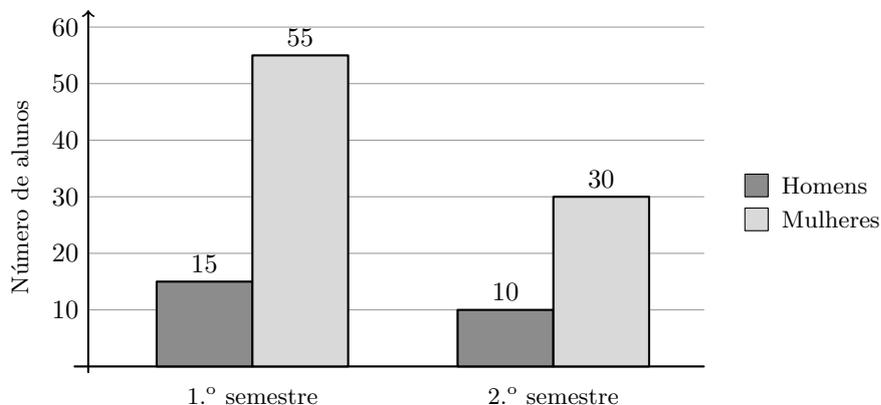
Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 2021, 2.^a Fase



16. Foram escolhidos, ao acaso, 110 alunos universitários que participaram no programa Erasmus+ num único semestre.

No gráfico seguinte, estão representados os dados referentes ao sexo e ao semestre de participação desses alunos.



- 16.1. Escolhendo, ao acaso, um destes alunos, qual é a probabilidade de o aluno ter participado no programa Erasmus+ no segundo semestre, sabendo-se que é do sexo masculino?

(A) 0,25 (B) 0,4 (C) 0,09 (D) 0,625

- 16.2. Escolhem-se, ao acaso, três alunos, sempre um a seguir ao outro.

Determine a probabilidade de apenas um deles ter participado no segundo semestre e ser do sexo feminino.

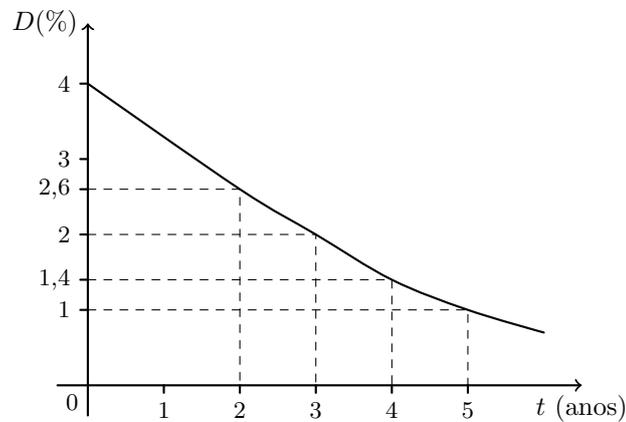
Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

Exame – 2021, 2.ª Fase



17. A ParaPagarApp foi lançada no início do ano de 2015.

Num relatório técnico, verifica-se que a percentagem, D , de novos utilizadores que tiveram dificuldades na instalação da aplicação, t anos após o seu lançamento, é bem aproximada pelo modelo cujo gráfico se apresenta na figura seguinte.



Realizou-se um estudo sobre os novos utilizadores da ParaPagarApp no início do ano de 2018 e concluiu-se que:

- 40% dos novos utilizadores que tiveram dificuldades na instalação da aplicação consideram a aplicação de fácil manuseamento;
- 90% dos novos utilizadores que não tiveram dificuldades na instalação da aplicação consideram a aplicação de fácil manuseamento.

Escolheu-se ao acaso um novo utilizador da ParaPagarApp que instalou a aplicação no início do ano de 2018.

Com base no estudo realizado e de acordo com o modelo apresentado na Figura 4, determine a probabilidade de o novo utilizador não considerar a aplicação de fácil manuseamento.

Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 2021, 1.ª Fase

18. Por razões de segurança, sempre que se pretende efetuar um pagamento com a ParaPagarApp, é necessário escrever uma palavra-passe anteriormente escolhida pelo utilizador.

O Tiago é um utilizador da ParaPagarApp. Tendo nascido no dia 8 de maio (mês 5) de 2001, escolheu as letras T e G e os algarismos 8, 5 e 1 para a construção da sua palavra-passe.

Certo dia, o Tiago não se recordava exatamente de qual seria a palavra-passe que escolhera, embora soubesse que:

- os algarismos estavam dispostos consecutivamente, formando o número 851;
- as letras utilizadas eram T e G, escritas por uma qualquer ordem.

Atendendo ao que sabia, o Tiago escreveu uma possível palavra-passe.

A probabilidade de o Tiago acertar na palavra-passe correta à primeira tentativa é igual a

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

Exame – 2021, 1.ª Fase



19. Por vezes, por esquecimento da palavra-passe ou por erros ocasionais na sua escrita, um utilizador escreve a palavra-passe incorretamente.

Admita que, em 10% das situações, os utilizadores cometem erros na escrita da palavra-passe.

Determine a probabilidade de, selecionando três utilizadores ao acaso, apenas um deles não cometer erros na escrita da palavra-passe.

Apresente o resultado na forma de dízima

Exame – 2021, 1.ª Fase

20. Os membros da Associação Ambientalista de Avelares (AAA) têm o cuidado de realizar conferências que incentivem à separação de resíduos.

Na última conferência, compareceram vários associados da AAA, dos quais três quartos eram mulheres.

- 20.1. Admita que compareceram 80 associados (de ambos os sexos) da AAA na última conferência.

Selecionaram-se, ao acaso, sucessivamente, dois associados da AAA presentes na conferência.

Qual é a probabilidade de esses associados serem de sexos diferentes?

- (A) $\frac{30}{79}$ (B) $\frac{15}{79}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{3}{16}$

- 20.2. Inquiridos os associados da AAA presentes na conferência, foi possível apurar que:

- dois terços das mulheres separam resíduos;
- metade dos homens separa resíduos.

Escolhe-se ao acaso um dos associados presentes na conferência.

Determine a probabilidade de o associado escolhido ser mulher, sabendo-se que não faz separação de resíduos.

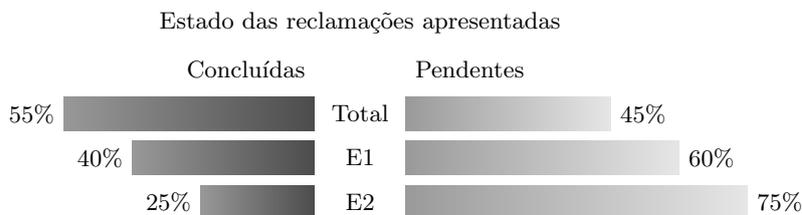
Exame – 2020, Ép. especial



21. Um dos aspetos mais importantes para que um *Interrail* decorra de acordo com o planeado é o cumprimento dos horários dos comboios.

O atraso dos comboios é um dos motivos que levam os clientes a apresentarem reclamações. Uma companhia ferroviária apresentou, no seu relatório de qualidade do ano 2019, o ponto de situação relativamente às reclamações apresentadas. Estas foram classificadas como concluídas (respondidas) ou pendentes (a aguardar resposta).

No gráfico seguinte, indicam-se os dados referentes ao total das reclamações apresentadas e às apresentadas em duas das estações, E1 e E2.



Foram selecionadas, ao acaso, duas das reclamações apresentadas.

A primeira foi escolhida de entre as apresentadas na estação E1 e a segunda foi escolhida de entre as apresentadas na estação E2.

Qual é a probabilidade de ambas se encontrarem no mesmo estado?

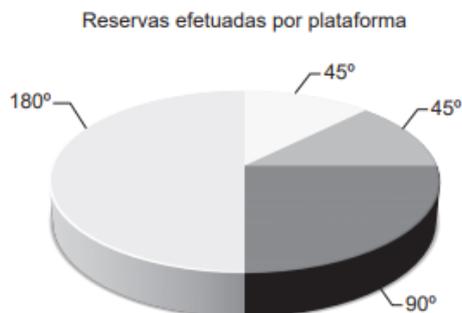
- (A) 0,1 (B) 0,45 (C) 0,55 (D) 0,88

Exame – 2020, 2.^a Fase



22. Sempre que viaja, a Maria efetua as reservas dos alojamentos utilizando quatro plataformas online, A, B, C e D, e nunca cancela nenhuma das reservas que efetua.

Na figura seguinte, apresenta-se o gráfico circular construído com base nas reservas efetuadas pela Maria em cada uma das plataformas, no qual estão registadas as amplitudes dos sectores circulares que o compõem.



- 22.1. Depois da estadia, a Maria avalia, através da plataforma de reservas, a qualidade dos serviços prestados em cada um dos alojamentos.

Sabe-se que:

- um dos sectores de menor amplitude do gráfico circular apresentado na Figura 2 corresponde às reservas efetuadas na plataforma A;
- quando fica em alojamentos reservados através da plataforma A, a Maria atribui ao alojamento a classificação de Muito Bom em metade dos casos;
- quando não fica em alojamentos reservados através da plataforma A, a Maria atribui ao alojamento a classificação de Muito Bom em apenas um de cada sete casos.

Escolhe-se, ao acaso, um alojamento a que Maria atribuiu Muito Bom.

Determine a probabilidade de esse alojamento ter sido reservado através da plataforma A.

- 22.2. Admita que, do gráfico circular apresentado na figura anterior, o sector cuja amplitude é 90° corresponde às reservas efetuadas na plataforma C.

Das reservas que a Maria efetua:

- 10 são reservas realizadas na plataforma C;
- 30% são para alojamentos no estrangeiro;
- 20% são reservas realizadas na plataforma C e para alojamentos no estrangeiro.

Determine o número de reservas que não são realizadas através da plataforma C nem são para um alojamento no estrangeiro.

Exame – 2020, 2.^a Fase

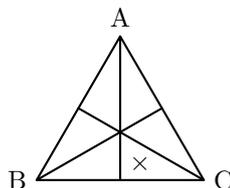


23. O Filipe e nove dos seus amigos decidiram ir juntos a um festival de música.

Como tinham interesse nos festivais A, B e C, decidiram proceder a uma votação para seleccionar um deles.

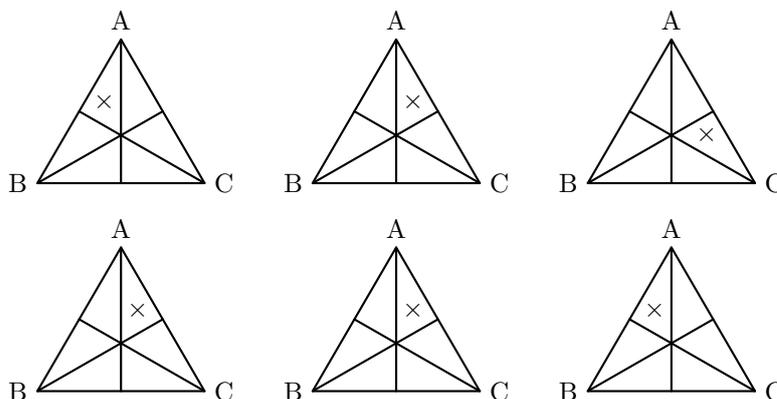
Cada um dos amigos preencheu um boletim de voto, no qual estava representado um triângulo equilátero, de vértices A, B e C, dividido em seis regiões. Para votar, cada uma das dez pessoas registou uma marca (×) numa das seis regiões, de acordo com as suas preferências.

Na figura seguinte, apresenta-se um exemplo de boletim de voto preenchido.



O exemplo apresentado corresponde ao voto na lista com a ordem de preferências CBA, pois a marca (×) foi colocada numa região onde o vértice C é o mais próximo, seguindo-se o B e, finalmente, o A.

Considere os seis boletins de voto apresentados na figura seguinte.



Escolhe-se, ao acaso, um destes seis boletins e a lista de preferências nele registada.

Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

Q : «O boletim escolhido corresponde a uma lista em que o festival A ocupa a primeira preferência»

R : «O boletim escolhido corresponde a uma lista em que o festival B ocupa a última preferência»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(Q|R)$?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{6}$

Exame – 2020, 1.ª Fase



24. Foi realizado um estudo estatístico junto do público de um festival.

Nesse festival, todos os dias, após o último concerto, há um espetáculo de fogo de artifício.

No último dia do festival, verificou-se que:

- 60% do público assistiu ao primeiro concerto do dia;
- 48% do público assistiu ao primeiro concerto do dia e viu o fogo de artifício;
- do público que não assistiu ao primeiro concerto do dia, 30% não viu o fogo de artifício.

Escolheu-se ao acaso uma pessoa que foi ao último dia do festival.

Determine a probabilidade de essa pessoa não ter visto o fogo de artifício.

Exame – 2020, 1.ª Fase

25. O Centro Comercial Futuro dispõe de dois parques de estacionamento, um interior e um exterior.

25.1. De um conjunto de 80 automóveis que entraram num dos parques do CCF, foi possível observar que:

- um quarto eram conduzidos por mulheres;
- metade eram ocupados apenas pelo condutor;
- dos conduzidos por homens, um terço eram ocupados apenas pelo condutor.

Determine quantos desses automóveis eram conduzidos por uma mulher que viajava sozinha.

(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 40

25.2. De acordo com um estudo efetuado junto dos clientes do CCF que estacionam o seu automóvel num dos parques de estacionamento do centro comercial, foi possível apurar que 90% estacionam o automóvel no parque interior.

Admita ainda que:

- 70% dos clientes que estacionam o automóvel no parque interior são mulheres;
- 60% dos clientes que estacionam o automóvel no parque exterior são homens.

Considere que se escolhe, ao acaso, um cliente que estacionou o seu automóvel num dos parques do CCF.

Determine a probabilidade de esse cliente ter estacionado o seu automóvel no parque interior, sabendo-se que é homem.

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

Exame – 2019, Ép. especial



26. Foi realizado um estudo estatístico junto dos sócios do Clube de Colecionadores.

26.1. De entre os sócios do Clube de Colecionadores, sabe-se que 45% são mulheres.

Considere que o Clube tem 180 sócios do sexo feminino e que a percentagem de sócios que não são Efetivos do sexo masculino é 25%.

Determine o número de sócios que não são Efetivos ou que são mulheres.

26.2. Admita que:

- 45% dos sócios do Clube são Efetivos;
- 70% dos sócios do Clube participam em leilões;
- 7 sócios em cada 20 não são Efetivos e participam em leilões.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio. Determine a probabilidade de o sócio não participar em leilões, sabendo-se que é sócio Efetivo.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2019, 2.^a Fase

27. Atualmente, muitas pessoas publicam conteúdos nas redes sociais. Esses conteúdos podem ser alvo de, pelo menos, duas formas de reação: clicar em «Gosto» ou escrever um comentário.

Recentemente, foi divulgado um estudo no qual se refere que, perante um conteúdo publicado, 40% das pessoas não clicam em «Gosto».

27.1. Do total das reações aos conteúdos publicados, 24% correspondem a mulheres que clicam em «Gosto».

Qual a percentagem de reações que correspondem a homens que clicam em «Gosto»?

- (A) 16% (B) 26% (C) 36% (D) 60%

27.2. No estudo realizado, foi ainda possível apurar que, perante um conteúdo publicado:

- 45% das pessoas que clicam em «Gosto» não escrevem comentários;
- 20% das pessoas que não clicam em «Gosto» escrevem comentários.

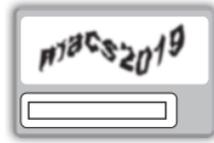
Escolhe-se, ao acaso, uma destas pessoas. Determine a probabilidade de a pessoa escolhida não clicar em «Gosto», sabendo-se que não escreve um comentário.

Apresente o resultado, em percentagem, com arredondamento às unidades.

Exame – 2019, 1.^a Fase



28. Numa rede social, é frequentemente solicitado ao utilizador que transcreva um conjunto de caracteres. Intencionalmente, os caracteres surgem distorcidos, o que dificulta a transcrição, tal como sugere a figura seguinte.



Admita que, em 20% das situações, os utilizadores cometem erros na transcrição dos caracteres.

Determine a probabilidade de, selecionando quatro utilizadores ao acaso, apenas um deles cometer erros na transcrição dos caracteres.

Apresente o resultado em percentagem.

Exame – 2019, 1.ª Fase

29. Nas suas férias, a família Silva gosta de participar em romarias.

29.1. No verão passado, a família Silva participou em quatro romarias.

Admita que, sempre que a família Silva participa numa romaria, 70% das vezes se faz acompanhar de amigos.

Determine a probabilidade de, nesse verão, a família Silva ter ido sem a companhia de amigos em apenas uma ocasião.

Apresente o resultado em percentagem.

29.2. Em 80% das romarias em que a família Silva participa, existem diversões.

Sabe-se que:

- se existirem diversões, a família Silva regressa cedo a casa em 40% dos casos;
- se não existirem diversões, é tão provável a família Silva regressar cedo a casa como regressar tarde.

Determine a probabilidade de a família Silva ir a uma romaria com diversões, sabendo que regressa tarde a casa.

Apresente o resultado, na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Exame – 2018, Ép. especial



30. Numa das sessões da peça, os 220 espectadores ocuparam lugares na plateia e no balcão da sala de teatro.

Na tabela seguinte, estão registados dados relativos à ocupação dos lugares dessas duas áreas.

	Plateia	Balcão
Mulheres	73	42
Homens	59	46

30.1. Escolhe-se, ao acaso, uma pessoa presente na sessão.

A probabilidade, arredondada às centésimas, de essa pessoa ser mulher, sabendo-se que ocupa um lugar no balcão, é igual a

- (A) 0,19 (B) 0,48 (C) 0,52 (D) 0,55

30.2. Os espectadores desta sessão, referidos na tabela anterior, adquiriram os seus bilhetes quer online quer na bilheteira do teatro.

Nesta sessão:

- 80% dos espectadores adquiriram os bilhetes online;
- $\frac{3}{4}$ dos espectadores que não adquiriram os bilhetes online ocuparam lugares na plateia.

Escolhe-se, ao acaso, uma pessoa presente na sessão.

Determine a probabilidade de essa pessoa ocupar um lugar na plateia, sabendo-se que ela adquiriu o seu bilhete online.

Apresente o resultado em percentagem.

30.3. Escolhem-se aleatoriamente duas mulheres, uma a seguir à outra, de entre as presentes na sessão.

Calcule a probabilidade de apenas uma das mulheres escolhidas ocupar um lugar na plateia.

Apresente o resultado em percentagem, com arredondamento às unidades.

Exame – 2018, 2.^a Fase



31. Numa das suas viagens, Mariana visitou um país tropical, integrada num grupo de viajantes.

31.1. Do grupo de 60 viajantes, sabe-se que $\frac{1}{5}$ eram homens.

Escolhendo-se, ao acaso, dois viajantes do grupo, determine a probabilidade de ambos serem mulheres.

Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

31.2. Depois da viagem, Mariana decidiu fazer um exame médico, para averiguar se tinha sido contaminada por uma doença que afeta 5% das pessoas que visitam esse país tropical.

Relativamente ao exame médico que Mariana realizou, sabe-se que:

- 90% das pessoas contaminadas têm um resultado positivo;
- 5% das pessoas não contaminadas têm um resultado positivo (falso positivo).

Determine a probabilidade de Mariana estar contaminada pela doença, sabendo-se que o resultado do teste não foi positivo.

Apresente a resposta na forma de dízima, com arredondamento às milésimas.

Exame – 2018, 1.ª Fase

32. No decurso do CineJov, são realizados diversos estudos estatísticos. Num deles, concluiu-se que o número de espectadores presentes no sábado foi 72% do número de espectadores presentes no fim de semana.

32.1. Admita também que o número de espectadores presentes no domingo foi 70% do número de espectadores presentes no fim de semana.

Qual é a percentagem de espectadores que estiveram presentes tanto no sábado como no domingo?

(A) 58% (B) 42% (C) 34% (D) 26%

32.2. Relativamente à totalidade dos espectadores presentes no fim de semana, sabe-se ainda que:

- dos presentes no sábado, 15% viram um filme em 3D;
- 21% não estiveram presentes no sábado nem viram um filme em 3D.

32.2.1. Escolhe-se, ao acaso, um dos espectadores que estiveram presentes no fim de semana.

Qual é a probabilidade de esse espectador ter estado presente no sábado, sabendo-se que não viu um filme em 3D?

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às centésimas.

32.2.2. Admita que houve 4000 espectadores no CineJov durante o fim de semana.

Escolhem-se, ao acaso, dois desses espectadores.

Determine a probabilidade de ambos os espectadores não terem estado presentes no sábado e terem visto um filme em 3D.

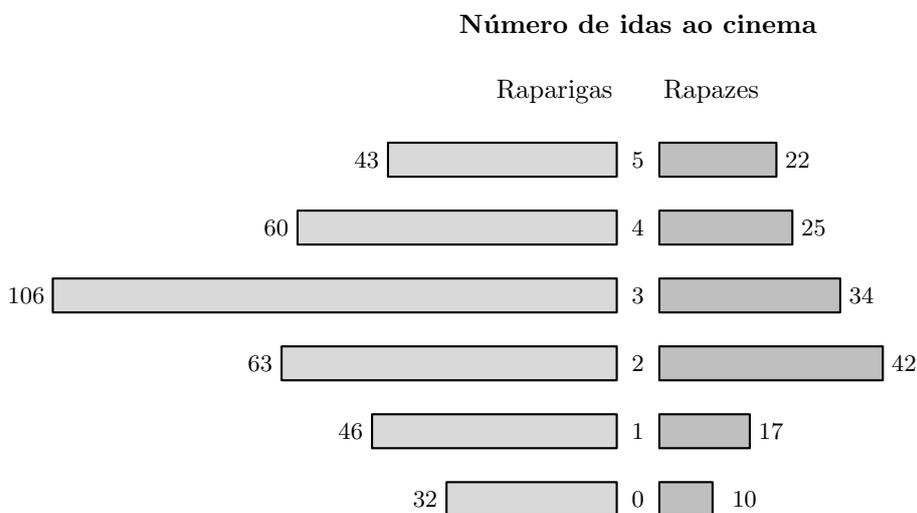
Apresente o resultado em percentagem, arredondado às centésimas.

Exame – 2017, Ép. especial



33. Inquiriram-se 500 alunos da escola, escolhidos ao acaso, relativamente ao número de vezes que foram ao cinema durante o ano de 2016.

Na figura seguinte, está uma representação dos dados recolhidos.



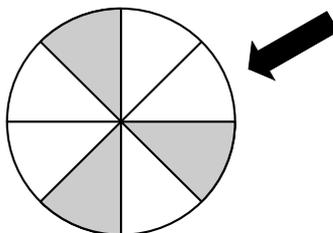
Escolhem-se aleatoriamente dois alunos, um a seguir ao outro, de entre os que foram ao cinema uma vez no ano.

Determine a probabilidade de serem ambos do mesmo sexo.

Apresente o resultado, em percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2017, 2.^a Fase

34. Na figura seguinte, está representada uma roleta formada por oito sectores de igual amplitude, dos quais três estão coloridos a cinzento e os restantes a branco.



Mantendo-se a cor dos sectores da roleta representada na figura anterior, admita que cada um deles foi numerado ou com o algarismo 1 ou com o algarismo 2.

Roda-se esta roleta apenas uma vez, registando-se a cor e o número do sector assinalado pela seta quando a roleta para.

Admita ainda que a probabilidade de o sector assinalado estar:

- colorido a cinzento, sabendo-se que está numerado com o algarismo 2, é igual a 50%
- colorido a branco, sabendo-se que está numerado com o algarismo 1, é igual a $\frac{2}{3}$

Determine a probabilidade de se obter um sector numerado com o algarismo 2.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame – 2017, 2.^a Fase



35. Na zona Mountainspeed, existem três montanhas-russas, a Anaconda, a Dragão e a Jaguar.
- 35.1. Num questionário aplicado às pessoas que utilizaram as três montanhas-russas, cada uma das pessoas indicou a sua preferência por uma e só uma das montanhas-russas. Concluiu-se que:
- 40% preferiam a Anaconda;
 - 30% preferiam a Jaguar;
 - das pessoas que preferiam a Anaconda, 30% eram mulheres;
 - das pessoas que preferiam a Dragão, metade eram mulheres;
 - das pessoas que preferiam a Jaguar, 45% eram mulheres.
- Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário.

35.1.1. Qual é a probabilidade de essa pessoa ser homem e preferir a montanha-russa Anaconda?

- (A) 7% (B) 28% (C) 30% (D) 88%

35.1.2. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar, sabendo-se que é mulher.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

35.2. Num certo dia, a Beatriz decidiu andar três vezes na montanha-russa.

Admita que, sempre que a Beatriz escolhe uma montanha-russa, 80% das vezes opta pela Jaguar. Determine a probabilidade de, nesse dia, a Beatriz ter escolhido a Jaguar, no máximo, uma vez.

Apresente o resultado em percentagem.

Exame – 2017, 1.ª Fase

36. Em cada dia, o diretor de programas do TPT define a sequência de programas a transmitir.

36.1. No dia 14 de fevereiro, o diretor de programas tem de ocupar três horas de emissão. Para isso, dispõe de dois filmes, cada um com a duração de uma hora e trinta minutos, e de três documentários, cada um com a duração de trinta minutos.

Quantas sequências será possível formar, de modo que programas do mesmo tipo sejam exibidos consecutivamente?

36.2. No dia 25 de dezembro, o diretor de programas optou pela exibição de dois filmes. Após a exibição, efetuou-se um estudo junto de 100 espectadores, dos quais 40 eram mulheres, para aferir as suas preferências. Concluiu-se que:

- 30% das mulheres preferiram o segundo filme;
- 42% dos espectadores eram homens e preferiram o segundo filme.

Determine a probabilidade de, escolhendo ao acaso um desses espectadores, o mesmo ser mulher sabendo que preferiu o primeiro filme.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2016, Ép. especial



37. Sempre que ocorre uma final de qualquer modalidade de ginástica, é necessário selecionar um júri. Esse júri, específico de cada modalidade, é constituído por vários jurados, escolhidos a partir de um universo de candidatos classificados, de acordo com a sua idade, em juniores ou em seniores.

Para a final de saltos de trampolim, os jurados serão selecionados de entre o universo de candidatos apresentado na tabela seguinte, em que a e b representam números naturais.

	Júnior	Sénior
Homem	7	a
Mulher	4	b

Admita que, escolhendo um candidato ao acaso:

- a probabilidade de ser sénior, sabendo que é mulher, é $\frac{1}{5}$;
- a probabilidade de ser homem, sabendo que é sénior, é $\frac{4}{5}$.

Determine o número de candidatos seniores.

Exame – 2016, 2.ª Fase

38. Na primeira noite do MaréFest, depois de terminarem os concertos no palco principal, a assistência dividiu-se pelas tendas Tecno, Dance e Chill.

Na tabela seguinte, apenas estão registados os números relativos às presenças nas tendas Dance e Chill.

	Homens	Mulheres
Tenda Dance	1540	2720
Tenda Chill	840	680

- 38.1. Escolhem-se aleatoriamente duas pessoas, uma a seguir à outra, de entre as contabilizadas na tabela anterior.

Determine a probabilidade de ambas estarem na tenda Dance.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

- 38.2. Nessa noite, a afluência à tenda Tecno correspondeu a 20% do total das pessoas que se dividiram pelas três tendas. Das pessoas que estiveram na tenda Tecno, $\frac{3}{5}$ eram mulheres.

Quantos homens estiveram na tenda Tecno, nessa noite?

Exame – 2016, 1.ª Fase



39. O gabinete de apoio ao comércio de Altivo determina, mensalmente, para todos os estabelecimentos comerciais, um determinado índice.

No balcão de atendimento do gabinete de apoio ao comércio de Altivo, 3 em cada 8 atendimentos de comerciantes destinam-se a obter informação sobre a abertura de novas empresas comerciais. Os restantes atendimentos são pagamentos.

Nos atendimentos:

- a probabilidade de o índice da empresa do comerciante estar compreendido entre 0,5 e 1,5, sabendo-se que o comerciante procurou informação sobre a abertura de novas empresas comerciais, é 0,82
- a probabilidade de o índice da empresa do comerciante estar compreendido entre 0,5 e 1,5, sabendo-se que o comerciante se deslocou ao gabinete de apoio para efetuar pagamentos, é 0,30

Escolhe-se, ao acaso, um atendimento de um comerciante.

Determine a probabilidade de esse atendimento ter sido feito a um comerciante que procurava informação sobre a abertura de novas empresas, sabendo-se que o índice da sua empresa está compreendido entre 0,5 e 1,5

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2015, Ép. especial

40. A PTM apresenta diversas soluções de transporte, tentando ir ao encontro das necessidades dos seus clientes. Estes podem escolher apenas o transporte rodoviário, apenas o transporte aéreo ou ainda uma combinação dos dois.

- 40.1. No final de 2012, a empresa fez o balanço dos serviços contratados pelos clientes, tendo chegado aos seguintes valores:

- em 87% dos serviços foi utilizado (exclusivamente ou não) o transporte rodoviário;
- em 45% dos serviços foi utilizado (exclusivamente ou não) o transporte aéreo.

Determine a probabilidade de, escolhido um serviço prestado ao acaso, este ter sido efetuado recorrendo apenas a um dos dois tipos de transporte.

Apresente o resultado em percentagem.

- 40.2. Em 2013, a empresa fez um estudo cujo objetivo era verificar se os prazos de envio de mercadorias acordados com os clientes tinham sido respeitados. Nesse ano, os dados revelaram que:

- 78% das mercadorias foram transportadas por meio rodoviário;
- 77,8% das mercadorias transportadas chegaram ao seu destino dentro do prazo estabelecido;
- das mercadorias transportadas por meio rodoviário, 80% chegaram ao seu destino dentro do prazo estabelecido.

Determine a probabilidade de, escolhida ao acaso uma mercadoria, esta não ter sido transportada por meio rodoviário, sabendo-se que chegou ao seu destino dentro do prazo acordado com o cliente.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

- 40.3. Em 80% dos serviços marcados pelo Sr. Correia, funcionário administrativo da PTM, foi utilizado o transporte rodoviário.

Qual é a probabilidade de, ao serem marcados três serviços, em exatamente dois deles ser utilizado o transporte rodoviário?

Apresente o resultado em percentagem.

Exame – 2015, 2.ª Fase



41. O Gabinete de Avelares Prudente (GAP) tem por missão promover a segurança rodoviária no concelho.

Neste âmbito, foi feito um levantamento estatístico de dados sobre os habitantes do concelho de Avelares que têm carta de condução.

41.1. De modo a conhecer a estrutura da população encartada, o GAP aplicou um inquérito a 950 habitantes encartados, tendo-se verificado que:

- 350 desses habitantes foram encartados em 1990;
- 250 desses habitantes eram encartados do sexo feminino;
- dos encartados do sexo feminino, 110 foram encartados em 1990.

Determine quantos dos habitantes encartados que responderam ao inquérito eram homens não encartados em 1990.

41.2. Segundo o GAP, que acompanha o número de novos encartados, a percentagem M de novos encartados que são mulheres, t anos após 1980, é bem aproximada pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$M(t) = \frac{58}{1 + 1,7e^{-0,23t}}$$

Por exemplo, no ano de 1982, a percentagem de novos encartados que são mulheres, é igual a 28%, pois $M(2) \approx 27,98$

Realizou-se um estudo sobre os encartados no ano 2000 e concluiu-se que:

- 40% dos condutores do sexo masculino conduzem automóveis a gasóleo;
- 70% dos condutores do sexo feminino não conduzem automóveis a gasóleo.

Escolheu-se um condutor que tirou a carta no ano 2000.

Com base no estudo realizado e de acordo com o modelo, determine a probabilidade de o encartado ser do sexo feminino, sabendo-se que não conduz um automóvel a gasóleo.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2015, 1.ª Fase

42. Uma seguradora faz aplicações financeiras em apenas três bancos. Cada um dos bancos tem igual probabilidade de ser escolhido.

Para cada uma das aplicações financeiras, há apenas duas possibilidades: com lucro ou sem lucro. Admita que, num certo dia, a probabilidade de lucro de uma aplicação financeira é 0,72 se pertence ao banco JURO, 0,75 se pertence ao banco RENDE e 0,90 se pertence ao banco GANHA.

42.1. Nesse dia, foram feitas 3500 aplicações financeiras pela seguradora no banco GANHA.

Determine o número dessas aplicações financeiras que se estima que não obtenham lucro.

42.2. Escolhe-se, ao acaso, uma aplicação financeira feita pela seguradora nesse dia.

Determine a probabilidade de a aplicação financeira pertencer ao banco JURO, sabendo que a aplicação financeira obteve lucro.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2014, 2.ª Fase



43. Em Semedo, os condutores utilizam a oficina ECOL para abastecerem os seus veículos, com ou sem lavagem.

43.1. Dos condutores de Semedo que utilizam a oficina ECOL, 78% abastecem os seus veículos de GPL e os restantes abastecem os seus veículos de gasolina. Quando utilizam a ECOL, os condutores podem optar por abastecimento de GPL ou de gasolina, com ou sem lavagem.

Os registos da oficina indicam que:

- dos condutores que abasteceram os seus veículos de GPL, 20% optaram pelo abastecimento com lavagem;
- dos condutores que abasteceram os seus veículos de gasolina, 63% optaram pelo abastecimento sem lavagem.

Foi selecionado, ao acaso, um condutor que utilizou a ECOL para fazer o abastecimento do seu veículo com lavagem.

Determine a probabilidade de esse condutor ter abastecido o seu veículo de gasolina.

Apresente o resultado na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

43.2. Na ECOL, efetuou-se um estudo sobre as características dos veículos.

Foram inquiridos apenas os funcionários que têm veículo. Os resultados foram os seguintes:

- 50% têm veículo com sensores de estacionamento (com ou sem gancho de reboque);
- 60% têm veículo com gancho de reboque (com ou sem sensores de estacionamento);
- 15% têm veículo sem sensores de estacionamento e sem gancho de reboque.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário da ECOL que tem veículo.

Indique, determinando as probabilidades, qual dos dois acontecimentos, A ou B , é o mais provável:

A : «o funcionário escolhido ter veículo com sensores de estacionamento e com gancho de reboque»;

B : «o funcionário escolhido ter veículo apenas com gancho de reboque».

Exame – 2014, 1.ª Fase

44. No bufete de uma escola secundária, registam-se, diariamente, os pedidos dos alunos. Uma análise dos pedidos dos alunos registados no primeiro dia de aulas do 2.º período de 2009/2010 permite concluir que:

- 45% dos pedidos dos alunos incluem leite;
- 9% dos pedidos dos alunos incluem pão e leite;
- um quarto dos pedidos dos alunos não incluem pão nem leite.

44.1. Determine a percentagem dos pedidos dos alunos que incluem pão.

44.2. Dos alunos que fizeram pedidos no bufete dessa escola secundária no primeiro dia de aulas do 2.º período de 2009/2010, sabe-se que:

- 60% são raparigas;
- 37,5% dos rapazes fizeram pedidos que não incluem pão nem leite.

Escolheu-se, ao acaso, um aluno que fez um pedido.

Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser rapariga e ter feito um pedido que não inclui pão nem leite.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



45. Em dezembro de 2012, no Grupo Desportivo de Pontes de Cima (GDP), realizaram-se eleições para a direção.

Na tabela seguinte, encontra-se a distribuição, por sexo, dos votos validamente expressos obtidos pelas quatro listas concorrentes, nas eleições para a direção do GDP.

Lista	A	B	C	D
Número de votos de mulheres	714	624	358	305
Número de votos de homens	518	411	255	250

Escolhe-se, aleatoriamente, um votante. Sejam H e D os acontecimentos seguintes.

H : «ser um homem»;

D : «votar na lista D».

Verifique se os acontecimentos H e D são, ou não, acontecimentos independentes.

Exame – 2013, 2.ª Fase

46. Com o objetivo de rentabilizar as suas poupanças, a Carla pesquisou na Internet instituições financeiras da localidade de Bicas.

A instituição financeira PAGABEM vende aplicações no fundo GANHAR+ com um grau de incerteza na obtenção de rendimento.

Admita que, em cada dia, o número N de aplicações feitas no fundo GANHAR+, em função do período de capitalização x , em meses, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$N(x) = \frac{30}{1 + 16 \times e^{-1,15x}} \quad (x = 1, 2, \dots)$$

No dia 3 de setembro de 2012, no fundo GANHAR+ existiam apenas duas possibilidades para o período de capitalização, 3 meses ou 6 meses, tendo sido feitas 50 aplicações nesse dia.

Sabe-se que:

- a probabilidade de obter rendimento é 76% quando a aplicação no fundo GANHAR+ é feita por um período de capitalização igual a 3 meses;
- a probabilidade de obter rendimento é 92% quando a aplicação no fundo GANHAR+ é feita por um período de capitalização igual a 6 meses.

Escolheu-se, ao acaso, uma aplicação no fundo GANHAR+ no dia 3 de setembro de 2012.

Determine a probabilidade de a aplicação escolhida ter um período de capitalização igual a 3 meses, sabendo que obteve rendimento.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2013, 1.ª Fase



47. Considere que o André, um aluno do 11.º ano da escola de Bicas, se inscreveu num torneio de xadrez e pode ter um adversário de uma de três aldeias distintas: A , B ou C .

A probabilidade de ter um adversário da aldeia A é 0,05, a probabilidade de ter um adversário da aldeia B é 0,70 e a probabilidade de ter um adversário da aldeia C é 0,25

Sejam V , A , B e C os acontecimentos seguintes.

V : «vencer uma partida»;

A : «o adversário ser da aldeia A »;

B : «o adversário ser da aldeia B »;

C : «o adversário ser da aldeia C ».

Sabe-se que:

- $P(V|A) = 0,3$
- $P(V|B) = 0,4$
- $P(V|C) = 0,5$

- 47.1. Complete a tabela seguinte, a partir dos dados apresentados, usando probabilidades.

Reproduza a tabela na folha de respostas e apresente todos os cálculos efetuados.

Acontecimentos	A	B	C	Total
V	(1)			
\bar{V}				
Total	0,05	0,70	0,25	1

⁽¹⁾ Nesta célula da tabela, por exemplo, deve considerar a probabilidade conjunta de vencer uma partida e de o adversário ser da aldeia A .

- 47.2. Considere, agora, que os participantes da aldeia A não compareceram.

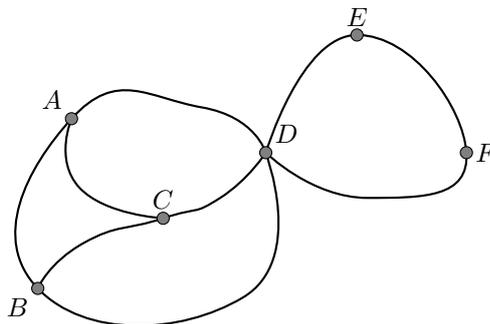
A probabilidade de o André ter um adversário da aldeia B passou para 0,72, e a probabilidade de ter um adversário da aldeia C passou para 0,28, não se alterando $P(V|B)$ nem $P(V|C)$

Determine a probabilidade de o André vencer uma partida.



48. Na aldeia de Xisto, vai realizar-se uma minimaratona.

Na figura seguinte, encontra-se o grafo que serve de modelo ao percurso da minimaratona.



No grafo, o vértice B representa o ponto de partida e de chegada, e os vértices A , C , D , E e F representam postos de distribuição de água.

Cada aresta representa um trajeto direto que liga dois postos de distribuição de água ou um posto de distribuição de água ao ponto de partida.

Admita que a probabilidade de um atleta, escolhido ao acaso, beber água no posto D , sabendo-se que esse atleta bebeu água no posto A , é $\frac{9}{10}$ e que a probabilidade de esse atleta ter bebido água nos dois postos é $\frac{3}{5}$.

Determine a probabilidade de um atleta, escolhido ao acaso, ter bebido água no posto A .

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2012, 2.^a Fase



49. A produção anual de centeio, milho e trigo de uma região do norte da Europa é de 92 000 sacas. A transação desses produtos envolve os mercados interno e externo. Sabe-se que:

- 23% da produção é de centeio;
- um quarto da produção de centeio é transacionada no mercado interno;
- 11 960 sacas de milho são transacionadas no mercado externo;
- 50% das 11 040 sacas de trigo produzidas são transacionadas no mercado interno.

A partir dos dados apresentados, complete a tabela seguinte, usando percentagens.

Reproduza a tabela na folha de respostas e apresente todos os cálculos efetuados.

	Centeio	Milho	Trigo	Total
Mercado externo				
Mercado interno				
Total	23%			100%

Exame – 2012, 1.ª Fase

50. Num canal de televisão, num certo dia, publicitou-se um novo perfume.

No dia seguinte, fez-se uma sondagem para averiguar alguns resultados relacionados com a publicidade ao novo perfume.

Após a análise das respostas, concluiu-se que:

- 75% dos indivíduos inquiridos viram a referida publicidade;
- 45% dos indivíduos inquiridos compraram o novo perfume;
- 20% dos indivíduos inquiridos não viram a referida publicidade, nem compraram o novo perfume.

Escolheu-se, ao acaso, um indivíduo inquirido na sondagem.

50.1. Determine a probabilidade de o indivíduo escolhido ter comprado o novo perfume e não ter visto a publicidade.

Apresente o resultado sob a forma de percentagem.

50.2. Determine a probabilidade de o indivíduo escolhido ter comprado o novo perfume, sabendo que ele viu a publicidade.

Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.

Exame – 2011, 2.ª Fase



51. Num questionário, aplicado a 40 alunos de uma escola, sobre o número de livros lidos por aluno, nas férias de Verão, verificou-se que o Manuel leva três livros para ler nas férias de Verão, dois dos quais são de ficção científica e um é de ciências.

A sequência pela qual estes três livros vão ser lidos é aleatória, os livros não podem ser lidos mais do que uma vez, e nenhum livro será lido em simultâneo com outro.

Determine a probabilidade de os dois livros de ficção científica serem lidos um a seguir ao outro.

Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.

Exame – 2011, 1.ª Fase

52. A RecSol é uma empresa de recolha de resíduos sólidos.

Em 2009, a RecSol transportou 145 000 objetos, 20 000 dos quais provenientes de recolha seletiva, 80 000 provenientes de limpeza de florestas e 45 000 provenientes de recolha de lixo doméstico.

Dos objetos provenientes de recolha seletiva, 96% são eletrodomésticos; dos objetos provenientes de limpeza de florestas, 24% são eletrodomésticos; e dos objetos provenientes de recolha de lixo doméstico, 36% são eletrodomésticos.

Escolheu-se, ao acaso, um objeto transportado pela RecSol, em 2009.

Determine a probabilidade de o objeto escolhido ser proveniente de recolha seletiva, sabendo que é um eletrodoméstico.

Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.

Exame – 2011, 1.ª Fase

53. O conselho diretivo de uma universidade pretende distribuir 20 computadores por 5 grupos: professores, investigadores, estudantes de licenciatura, administrativos e auxiliares.

Na tabela seguinte, estão indicados o número de elementos de cada um dos grupos e a distribuição dos 20 computadores pelos 5 grupos.

Grupos	Professores	Investigadores	Estudantes de licenciatura	Administrativos	Auxiliares
N.º de elementos	171	55	1720	120	156
N.º de computadores	2	1	15	1	1

A universidade foi convidada a participar num evento. Em representação da universidade, o conselho diretivo decidiu enviar a esse evento dois representantes.

O presidente do conselho diretivo escolheu, ao acaso, um a seguir ao outro, dois representantes da universidade de entre os indivíduos que constituem os grupos indicados na tabela anterior.

Calcule a probabilidade de os representantes escolhidos serem, ambos, estudantes de licenciatura.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às centésimas.

Exame – 2010, 2.ª Fase



54. Uma das classificações para o sangue humano é feita em 4 grupos distintos: A, O, B e AB.

Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o fator *Rhesus*.

Se o sangue de um indivíduo possuir esse fator, diz-se *Rhesus* positivo (Rh^+); se não possuir esse fator, diz-se *Rhesus* negativo (Rh^-).

A distribuição dos grupos sanguíneos, nas diferentes partes do mundo, é variável. A frequência destes grupos em Portugal, de acordo com um estudo recente, realizado numa população de doadores do Instituto Português do Sangue, é a que consta na tabela seguinte.

Fator \ Grupo	A	O	B	AB
	Rh^+	39%	35%	7%
Rh^-	7%	6%	2%	1%

Escolheu-se, ao acaso, um indivíduo da população de doadores utilizada no estudo do Instituto Português do Sangue.

Calcule a probabilidade de o indivíduo escolhido ser do grupo *O*, sabendo-se que é Rh^- .

Exame – 2010, 2.ª Fase



55. A Joana e a Maria, irmãs gémeas, são alunas da Escola Secundária de Mornas e frequentam a mesma turma.

O professor de Educação Física da turma das gémeas pediu aos alunos a elaboração de um trabalho sobre a prática de desporto.

A Joana é uma praticante de Voleibol, e a Maria é uma praticante de Ginástica Rítmica. Por isso, a Joana e a Maria optaram por questionar todos os alunos da Escola Secundária de Mornas sobre a aceitação das modalidades Voleibol e Ginástica Rítmica naquela escola.

O modelo de questionário utilizado para recolher os dados está representado na figura seguinte.

ESCOLA SECUNDÁRIA DE MORNAS

Disciplina: Educação Física

Qual é a tua modalidade desportiva preferida?

Assinala-a com × no

Ginástica Rítmica	<input type="checkbox"/>
Voleibol	<input type="checkbox"/>
Outra (Indica-a: _____)	<input type="checkbox"/>

Obrigado!

As gémeas recolheram as respostas dos 632 alunos da escola, incluindo as delas próprias.

Todos os alunos responderam ao questionário e colocaram, pelo menos, um "×".

Ao contabilizar os resultados, a Joana contou 125 preferências para «Ginástica Rítmica», 156 para «Voleibol» e 474 para «Outra» e, ao somar estes valores, pensou que a contagem não estava certa.

A Maria resolveu verificar a contagem e respondeu:

«Está certo! Porque uns alunos colocaram dois "×", um na "Ginástica Rítmica" e outro no "Voleibol". Verifico, também, que os alunos que escolheram a opção "Outra" só colocaram um "×".»

55.1. Determine quantos alunos colocaram apenas um "×" na resposta ao questionário.

Sugestão: elabore um diagrama de Venn com os resultados apurados pelas gémeas.

55.2. Escolheu-se, ao acaso, um aluno da Escola Secundária de Mornas.

Calcule a probabilidade de o aluno escolhido preferir, pelo menos, uma das modalidades desportivas apresentadas, «Voleibol» ou «Ginástica Rítmica».

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

55.3. Escolheu-se, ao acaso, um aluno da Escola Secundária de Mornas.

Calcule a probabilidade de o aluno escolhido preferir «Ginástica Rítmica», sabendo que não escolheu «Outra» quando respondeu ao questionário.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às centésimas.



56. O clube desportivo «O Duelo» oferece aos seus sócios cinco modalidades desportivas: Basquetebol, Futebol, Ténis, Golfe e Râguebi. Cada candidato a praticante pode escolher, de entre as cinco, a modalidade que pretende praticar, mas só pode inscrever-se numa delas.

No quadro seguinte, está registado o número total de praticantes inscritos, distribuídos por cada uma dessas modalidades desportivas.

	Modalidade desportiva					TOTAL
	Basquetebol	Futebol	Ténis	Golfe	Râguebi	
N.º praticantes	186	218	91	45	191	731

O clube «O Duelo» foi convidado a participar num evento organizado pela Câmara Municipal. A direcção decidiu enviar a esse evento dois dos seus praticantes, em representação do clube.

Escolheram-se, ao acaso, um a seguir ao outro, dois praticantes do clube.

Calcule a probabilidade de ambos serem praticantes de Râguebi.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às décimas.

Exame – 2009, 2.ª Fase

57. Um armazenista recebe de duas fábricas, Alfa e Beta, televisores de uma determinada marca, em igual proporção. Na fábrica Alfa, um terço da produção destina-se ao mercado nacional, e a restante é exportada para África. Na fábrica Beta, um quarto da produção destina-se ao mercado nacional, metade é exportada para o Brasil, e a restante é exportada para África.

O armazenista escolhe, aleatoriamente, um dos televisores.

Calcule a probabilidade de o televisor escolhido ser produzido pela fábrica Alfa, sabendo que ele se destina ao mercado nacional.

Exame – 2009, 2.ª Fase

58. Na Escola Secundária de Monte da Azinha, verificou-se que 60% dos alunos de MACS são raparigas. Das raparigas, 25% são loiras, 50% têm cabelo castanho, e as restantes têm cabelo preto. Dos rapazes, 12,5% são loiros, 50% têm cabelo castanho, e os restantes têm cabelo preto.

Escolheu-se, ao acaso, uma pessoa, de entre os alunos e as alunas de MACS, da Escola Secundária de Monte da Azinha.

58.1. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida ter cabelo loiro.

58.2. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida, na população indicada, ser rapariga, sabendo-se que tem cabelo preto.

Exame – 2009, 1.ª Fase



59. A Vanda decidiu investir na leitura durante as férias em casa da sua avó. Com esse objetivo, resolveu selecionar dois livros da biblioteca da sua avó, de entre os seus três géneros preferidos: policial, aventura e romance de ficção científica.

Na biblioteca da sua avó, os livros pretendidos estão distribuídos por duas estantes, uma contendo apenas romances de ficção científica e a outra com 15 livros policiais e 20 livros de aventuras.

A avó da Vanda sugeriu-lhe que fizesse, da seguinte forma, a seleção da estante de onde quer retirar o primeiro livro: lançar dois dados equilibrados, numerados de 1 a 6, e registar a soma das pontuações das faces voltadas para cima. Caso a soma das pontuações seja um múltiplo de cinco, a Vanda escolherá um livro da estante que contém os romances de ficção científica. Caso contrário, selecionará um livro da outra estante.

Qual é a probabilidade de a Vanda vir a selecionar o primeiro livro para ler da estante que só contém romances de ficção científica?

Apresente o resultado na forma de fração.

Sugestão: Pode ser-lhe útil construir uma tabela de dupla entrada.

Exame – 2008, 2.^a Fase



60. No âmbito da disciplina de MACS, os alunos de uma turma da Escola Secundária APRENDERMAIS desenvolveram um trabalho de projeto que incluía um estudo sobre a intenção dos jovens da sua região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem esse nível de ensino.

Para a recolha dos dados, elaboraram um inquérito e selecionaram uma amostra aleatória, constituída por 300 jovens, representativa da população em estudo.

No trabalho, incluíram a tabela que se apresenta em seguida:

- a tabela apresenta os dados recolhidos quanto ao objetivo do estudo (conhecer a intenção dos jovens da região, que frequentavam o ensino secundário, de prosseguirem os estudos, após terminarem este nível de ensino).

Sexo	Intenção de prosseguimento de estudos		Total
	Deseja	Não deseja	
Feminino	130	34	164
Masculino	90	46	136
Total	220	80	300

60.1. Tendo em conta os dados apresentados na tabela, qual é a probabilidade de, escolhido um jovem ao acaso de entre os inquiridos, este ser uma rapariga e desejar prosseguir estudos?

Apresente o resultado na forma de fração.

60.2. No estudo realizado pelos alunos observou-se, ainda, que as razões apresentadas pelos 220 jovens inquiridos – dos quais 130 são raparigas – que mostraram desejo de prosseguir os estudos, após terminarem o ensino secundário, foram:

Razão A – «A importância da obtenção da licenciatura para a concretização da sua vocação profissional».

Razão B – «A valorização monetária da futura profissão».

Razão C – «A satisfação da vontade dos pais».

No grupo dos jovens inquiridos que revelaram intenção de prosseguir os estudos, após terminarem o ensino secundário, verificou-se que cada um deles apresentou apenas uma das razões acima enunciadas e que:

- entre as raparigas, 70% apresentaram a razão A e 20% a razão B;
- entre os rapazes, 40% apresentaram a razão B e 10% a razão C.

Escolheu-se, ao acaso, um desses jovens que desejam prosseguir os estudos.

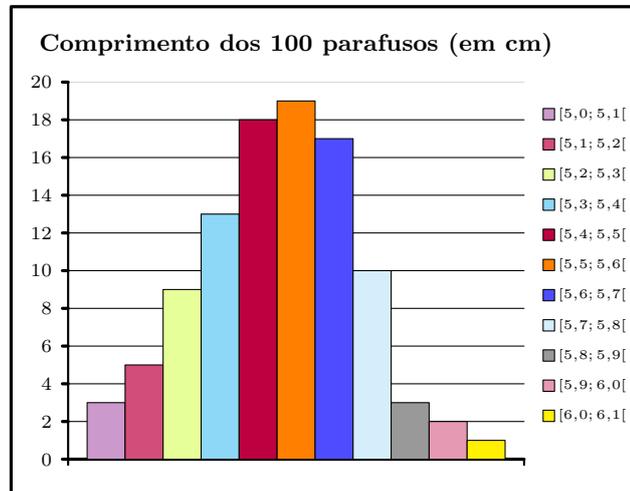
Qual é a probabilidade de o jovem ser rapaz, sabendo-se que apresentou a razão A?

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas. Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, utilize três casas decimais.



61. A secção de controlo de qualidade de uma fábrica de parafusos escolhe, aleatoriamente, uma amostra de 100 parafusos produzidos por uma determinada máquina e regista o comprimento dos parafusos selecionados. Na tabela seguinte, estão indicados os dados, agrupados, dos comprimentos dos parafusos da amostra, à esquerda do correspondente histograma.

Comprimento dos parafusos (em cm)	Frequência absoluta
$[5,0; 5,1[$	3
$[5,1; 5,2[$	5
$[5,2; 5,3[$	9
$[5,3; 5,4[$	13
$[5,4; 5,5[$	18
$[5,5; 5,6[$	19
$[5,6; 5,7[$	17
$[5,7; 5,8[$	10
$[5,8; 5,9[$	3
$[5,9; 6,0[$	2
$[6,0; 6,1[$	1
TOTAL	100



Extraem-se dois parafusos, sem reposição, da amostra.

Qual é a probabilidade de se obterem dois parafusos de comprimento inferior a 5,6 cm?

Apresente o resultado final na forma de fração.

Exame – 2007, 2.^a Fase

62. Num dos muitos sites em que se joga xadrez online, na internet, a entrada de um jogador é condicionada pelo gestor do site, com probabilidade fixa igual a 0,8, em cada tentativa de entrada na sala de jogo.

Com base neste número, calcule o valor exato da probabilidade de um candidato conseguir entrar na sala de jogo apenas à terceira tentativa.

Exame – 2007, 1.^a Fase



63. No dia 14 de Dezembro de 1997, realizaram-se eleições autárquicas em Portugal.

Num certo concelho, concorreram quatro partidos às eleições para a Câmara Municipal. Estavam em disputa sete mandatos.

Esses quatro partidos são aqui designados pelas letras A, B, C e D.

A distribuição dos votos pelos quatro partidos, nessas eleições de 1997, foi a seguinte.

Partidos	A	B	C	D
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120

Houve 1 258 votos brancos e nulos.

Nas eleições de 1997, a abstenção foi de 36%. Admita que, no dia a seguir às eleições, se escolheu uma pessoa, ao acaso, de entre os cidadãos do concelho **que estavam inscritos nos cadernos eleitorais** (para essas eleições).

Determine a probabilidade de essa pessoa ter votado no partido A.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2006, 2.^a Fase

64. Com o objetivo de estudar o grau de informação dos cidadãos da União Europeia (UE) sobre as políticas e instituições da UE, uma empresa de sondagens realizou um inquérito no Outono de 1999.

A dimensão da amostra foi de 15 800 pessoas, escolhidas aleatoriamente entre os cidadãos da UE com 15 ou mais anos.

Perguntava-se aos inquiridos em que medida se sentiam informados sobre a UE, sendo a resposta dada mediante a seleção de um número de 1 (não sabe nada) a 10 (sabe muito).

No quadro seguinte, apresentam-se os resultados desse inquérito.

Para cada nível, indica-se a percentagem de inquiridos que se auto-avaliaram nesse nível.

Escala	Percentagem
1	10
2	12
3	16
4	17
5	19
6	12
7	8
8	4
9	1
10	1

Admita que:

- dos inquiridos que declararam não saber nada (nível 1), 20% são portugueses;
- dos inquiridos que se auto-avaliaram num nível superior a 1, 5% são portugueses.

Escolhido, ao acaso, um inquirido, constatou-se que era português.

Determine a probabilidade de ele se ter auto-avaliado com nível 1.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2006, 1.^a Fase

