

## Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | Época Especial | Ensino Secundário | 2022

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

**Critérios de Classificação**

10 Páginas

### CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. ....	<b>20 pontos</b>
Identificar a função objetivo $(L(x, y) = 700x + 900y)$ .....	1 ponto
Identificar as restrições $30x + 20y \leq 300$ e $5x + 10y \leq 110$ ..... (2 × 2) .....	4 pontos
Identificar as restrições $x \geq 0$ e $y \geq 0$ .....	1 ponto
Representar graficamente a região admissível .....	6 pontos
Representar graficamente as retas de equações $30x + 20y = 300$ e $5x + 10y = 110$ ..... (2 × 2).....	4 pontos
Assinalar o polígono .....	2 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem ( $(10, 0)$ , $(4, 9)$ e $(0, 11)$ ) .....	3 pontos
Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero – <b>ver nota</b> ) .....	3 pontos
Apresentar os valores pedidos (4 aparadores do modelo A e 9 aparadores do modelo B) .....	2 pontos

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

<b>2.</b> .....	<b>16 pontos</b>
Identificar as listas introduzidas na calculadora .....	1 ponto
Apresentar os parâmetros da reta de regressão linear (9,8 e -163,8) .....	(4 + 4) ..... 8 pontos
Identificar $x$ com 35 .....	4 pontos
Obter o valor pedido (179 gelados) .....	3 pontos

<b>3.1.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Reconhecer que o problema se traduz por $h(t) = h(0)$ .....	2 pontos
Obter $h(0)$ (3,262...) .....	4 pontos
Representar graficamente a função $h$ num intervalo relevante para a resolução do problema ( <b>ver nota</b> ) .....	6 pontos
Representar graficamente a reta de equação $y = h(0)$ ( <b>ver nota</b> ) .....	2 pontos
Assinalar o ponto de intersecção relevante dos gráficos .....	2 pontos
Obter a abcissa desse ponto .....	2 pontos
Obter o valor pedido (2 h 17 min) .....	2 pontos
<b>Nota</b> – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.	

<b>3.2.</b> .....	<b>16 pontos</b>
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	
<b>1.º Processo</b>	
Referir que o argumento da função seno toma valores de um intervalo com amplitude superior a $2\pi$ .....	1 ponto
Escrever $-1 \leq \sin(0,5t + 1) \leq 1$ .....	5 pontos
Escrever $-1,5 \leq 1,5 \sin(0,5t + 1) \leq 1,5$ .....	4 pontos
Escrever $2 - 1,5 \leq 2 + 1,5 \sin(0,5t + 1) \leq 2 + 1,5$ .....	2 pontos
Escrever $0,5 \leq 2 + 1,5 \sin(0,5t + 1) \leq 3,5$ .....	2 pontos
Apresentar os valores pedidos (0,5 m e 3,5 m) .....	(1 + 1) ..... 2 pontos

## 2.º Processo

- Representar graficamente a função  $h$  (**ver nota**) ..... 6 pontos
- Considerar um intervalo, contido no domínio, relevante para a  
    resolução do problema ..... 3 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor máximo absoluto  
da função  $h$  ..... 3 pontos
- Obter esse valor máximo (3,5 m) ..... 2 pontos
- Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor mínimo absoluto  
da função  $h$  ..... 3 pontos
- Obter esse valor mínimo (0,5 m) ..... 2 pontos
- Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em  
1 ponto.

### 4.1. .... 16 pontos

- Obter uma expressão para a medida da outra dimensão da tela, em função de  $x$   
( $10 - x$ , ou equivalente) ..... 8 pontos
- Escrever uma expressão da área da tela, em função de  $x$  ( $(10 - x)x$ ) ..... 6 pontos
- Obter  $10x - x^2$  ..... 2 pontos

### 4.2. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

#### 1.º Processo

- Reconhecer que o problema se traduz pela condição  $A(x) \geq 16$  (ou equivalente)  
(**ver nota 1**) ..... 2 pontos
- Representar graficamente a função  $A$  (**ver nota 2**) ..... 4 pontos
- Respeitar o domínio ..... 2 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 16$  (**ver nota 2**) ..... 2 pontos
- Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos ..... (1 + 1) ..... 2 pontos
- Obter as abcissas desses pontos (2 e 8) ..... (2 + 2) ..... 4 pontos
- Apresentar o intervalo pedido ( $[2, 8]$ ) (**ver nota 3**) ..... 2 pontos

## 2.º Processo

Reconhecer que o problema se traduz pela condição $A(x) \geq 16$ (ou equivalente) (ver nota 1) .....	2 pontos
Escrever $-x^2 + 10x - 16 = 0$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Obter as soluções da equação (2 e 8) ..... (3 + 3) .....	6 pontos
Reconhecer que a concavidade da parábola definida por $y = -x^2 + 10x - 16$ é voltada para baixo .....	2 pontos
Apresentar o intervalo pedido ( $[2, 8]$ ) (ver nota 3) .....	2 pontos

### Notas:

1. Se o problema for traduzido por  $A(x) > 16$ ,  $A(x) = 16$ ,  $A(x) \leq 16$  ou  $A(x) < 16$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se for apresentado  $2 \leq x \leq 8$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

5.1. .... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Identificar 20 com $\mu + \sigma$ .....	3 pontos
Reconhecer que $P(14,8 < X < 20) \approx 0,6827$ (sendo $X$ a variável aleatória «tempo, em minutos, que um atleta demora a concluir o percurso da prova» ...	2 pontos
Calcular $P(X > 20)$ (0,15865) .....	6 pontos
Obter o valor pedido (13 ou 14) .....	5 pontos

### 2.º Processo

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de $P(X > 20)$ (0,158655...) .....	11 pontos
Obter o valor pedido (13 ou 14) .....	5 pontos

5.2. .... 16 pontos

**Tópicos de resposta**

- Justifica que o gráfico da Figura 2 não pode ser o gráfico da função  $g$

Exemplos de resposta:

«O gráfico da Figura 2 não pode ser o gráfico da função  $g$ , porque representa uma função que tem imagens negativas, o que significaria que a distância era negativa.»

«O gráfico da Figura 2 não pode ser o gráfico da função  $g$ , porque a imagem de 0 é negativa, o que significaria que a distância do João ao ponto de partida no início da sua prova seria negativa.»

- Justifica que o gráfico da Figura 2 não pode ser o gráfico da função  $h$

Exemplo de resposta:

«O gráfico da Figura 2 não pode ser o gráfico da função  $h$ , porque representa uma função que muda de sinal negativo para sinal positivo, o que significaria que, na primeira parte da volta, a distância estava a diminuir e, na segunda parte, estava a aumentar.»

Níveis	Descritores de desempenho	Pontuação
4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	16
3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	12
2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	8
1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	4

6.1. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

Reconhecer que os comprimentos dos segmentos de reta da linha poligonal posicionados na horizontal são termos consecutivos de uma progressão aritmética ..... 2 pontos

Reconhecer que o primeiro termo é 8 e que a razão é 6 ..... (2 + 4)..... 6 pontos

Escrever uma expressão do termo geral da progressão (8 + (n - 1) × 6, ou equivalente) ..... 2 pontos

Substituir  $n$  por 13 ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (80 cm) ..... 4 pontos

**2.º Processo**

Reconhecer que os comprimentos dos segmentos de reta da linha poligonal são termos consecutivos de uma progressão aritmética ..... 2 pontos

Reconhecer que o primeiro termo é 5 e que a razão é 3 ..... (1 + 1)..... 2 pontos

Escrever uma expressão do termo geral da progressão (5 + (n - 1) × 3, ou equivalente) ..... 2 pontos

Substituir  $n$  por 26 ..... 6 pontos

Obter o valor pedido (80 cm) ..... 4 pontos

### 3.º Processo

- Reconhecer que a diferença entre os comprimentos de dois segmentos de reta consecutivos posicionados na horizontal é 6 ..... 6 pontos
- Obter os comprimentos dos segmentos de reta posicionados na horizontal, do 2.º ao 13.º ..... 9 pontos
- Apresentar o valor pedido (80 cm) ..... 1 ponto

## 6.2. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

- Reconhecer que os comprimentos dos segmentos de reta da linha poligonal são termos consecutivos de uma progressão aritmética ..... 2 pontos
- Reconhecer que o primeiro termo é 5 e que a razão é 3 ..... (1 + 1)..... 2 pontos
- Escrever uma expressão do termo geral da progressão  $(5 + (n - 1) \times 3, \text{ ou equivalente})$  ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão da soma dos  $n$  primeiros termos da progressão  $\left(\frac{5 + 5 + (n - 1) \times 3}{2} \times n, \text{ ou equivalente}\right)$  ..... 3 pontos
- Igualar a expressão obtida a 1550 ..... 2 pontos
- Resolver a equação ..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido (31) ..... 1 ponto

### 2.º Processo

- Obter os comprimentos dos 28 segmentos de reta, do 4.º ao 31.º (14, ... , 95) ..... 10 pontos
- Escrever  $5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 95 = 1550$  ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (31) ..... 1 ponto

## 7.1. .... 16 pontos

- Escrever uma expressão da área pedida  $(\pi R^2 - \pi r^2, \text{ ou equivalente})$  ..... 3 pontos
- Obter  $\pi(R^2 - r^2)$  ..... 2 pontos
- Considerar o triângulo  $[OTC]$ , retângulo em  $T$ , sendo  $C$  o centro das duas circunferências ..... 2 pontos
- Aplicar o teorema de Pitágoras a esse triângulo  $(R^2 = r^2 + 12^2)$  ..... 3 pontos
- Obter  $R^2 - r^2 = 144$  ..... 2 pontos
- Concluir que  $\pi(R^2 - r^2) = \pi \times 144$  ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido  $(452 \text{ m}^2)$  ..... 2 pontos

**7.2.** ..... **16 pontos**

- Reconhecer que o triângulo  $[OPQ]$  é retângulo em  $O$  ..... 4 pontos
- Calcular  $\overline{OQ}$  ..... 6 pontos
- Escrever  $\overline{OQ}^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2$  ..... 4 pontos
- Obter  $\overline{OQ} = 10$  ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão da área do triângulo  $[OPQ]$
- $\left(\frac{24 \times 10}{2}, \text{ ou equivalente}\right)$  ..... 4 pontos
- Obter o valor pedido  $(120 \text{ m}^2)$  ..... 2 pontos

**8.1.** ..... **16 pontos**

- Converter 3 horas e 45 minutos em horas  $(3,75)$  ..... 1 ponto
- Equacionar o problema  $(S(t + 3,75) = 2 S(t), \text{ ou equivalente})$  ..... 5 pontos
- Representar graficamente a função definida por  $y = S(t + 3,75)$  (**ver nota**) . 3 pontos
- Representar graficamente a função definida por  $y = 2 S(t)$  (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto  $(0,75)$  ..... 2 pontos
- Obter o valor pedido  $(45 \text{ min})$  ..... 1 ponto

**Nota** – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

**8.2.** ..... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Obter o valor máximo da função  $S$   $(146,313\dots)$  ..... 5 pontos
- Escrever  $\pi r^2 = 146,313\dots$  ..... 5 pontos
- Obter o valor de  $r$   $(6,824\dots)$  ..... 2 pontos
- Concluir que a mancha não atingiu a costa ..... 4 pontos

## 2.º Processo

- Obter a área de um círculo com 7 km de raio ..... 5 pontos
- Representar graficamente a função  $S$  (ver notas 1 e 2) ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = k$ , sendo  $k$  a área do círculo (ver nota 1) ..... 2 pontos
- Reconhecer que os gráficos não se intersectam ..... 2 pontos
- Concluir que a mancha não atingiu a costa ..... 4 pontos

### Notas:

1. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.
2. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

## 3.º Processo

- Referir que a função  $S$  é crescente ou representar graficamente a função  $S$  .. 3 pontos
- Obter  $S(24)$  ..... 4 pontos
- Obter a área de um círculo com 7 km de raio ..... 5 pontos
- Concluir que a mancha não atingiu a costa ..... 4 pontos

## COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	3.1.	3.2.	4.2.	5.1.	6.1.	7.1.	8.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	20	16	20	16	16	16	16	16	16	152
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	4.1.	5.2.	6.2.	7.2.	8.2.					Subtotal
Cotação (em pontos)	3 × 16 pontos									48
<b>TOTAL</b>										<b>200</b>