

Exame Final Nacional de Matemática A
Prova 635 | Época Especial | Ensino Secundário | 2023
12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 22/2023, de 3 de abril

Critérios de Classificação

13 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

Nos itens de escolha múltipla, a pontuação só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentem organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentem organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentem organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentem organizados por etapas:

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando é pedida a apresentação de cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

Situação	Classificação
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota 1 – A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.

Nota 2 – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 12 pontos
Opção (D)

2. 14 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que os comprimentos das semicircunferências são termos consecutivos de uma progressão geométrica 3 pontos

Identificar a razão dessa progressão (2) 2 pontos

Obter o primeiro termo dessa progressão 2 pontos

Escrever uma expressão para o comprimento total da composição

$\left(\pi \frac{1-2^{25}}{1-2}, \text{ ou equivalente}\right)$ 5 pontos

Obter o valor pedido (1054 km) 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que os raios das semicircunferências são termos consecutivos de uma progressão geométrica 2 pontos

Identificar a razão dessa progressão (2) 2 pontos

Identificar o primeiro termo da progressão 1 ponto

Escrever uma expressão para a soma dos comprimentos dos raios

$\left(\frac{1-2^{25}}{1-2}, \text{ ou equivalente}\right)$ 4 pontos

Escrever uma expressão para o comprimento total da composição 3 pontos

Obter o valor pedido (1054 km) 2 pontos

3. 12 pontos
Opção (B)

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

1.º Processo

Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos possíveis
 $({}^9C_4 \times {}^5C_2)$ (ver nota 1) 6 pontos

Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos favoráveis
 $(3 \times 6 \times {}^5C_2)$ (ver nota 2) 6 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{7}\right)$ (ver nota 3) 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente a ${}^9C_4 \times {}^5C_2$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
2. Se a expressão apresentada não for equivalente a $3 \times 6 \times {}^5C_2$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
3. Se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

2.º Processo

Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos possíveis
 $(9!)$ (ver nota 1) 6 pontos

Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos favoráveis
 $(3 \times {}^4A_3 \times 6!)$ (ver nota 2) 6 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{7}\right)$ (ver nota 3) 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente a $9!$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
2. Se a expressão apresentada não for equivalente a $3 \times {}^4A_3 \times 6!$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
3. Se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

3.º Processo

Considere-se apenas a disposição dos bombons com recheio de amêndoa.

- Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos possíveis
 $({}^9C_4)$ (ver nota 1) 6 pontos
- Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos favoráveis
 (3×6) (ver nota 2) 6 pontos
- Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{7}\right)$ (ver nota 3) 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente a 9C_4 , a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
2. Se a expressão apresentada não for equivalente a 3×6 , a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
3. Se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

4.º Processo

Considere-se apenas a disposição dos bombons com recheio de amêndoa.

- Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos possíveis
 $({}^9A_4)$ (ver nota 1) 6 pontos
- Apresentar uma expressão correspondente ao número de casos favoráveis
 $({}^4A_3 \times 3 \times 6)$ (ver nota 2) 6 pontos
- Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{7}\right)$ (ver nota 3) 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente a 9A_4 , a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
2. Se a expressão apresentada não for equivalente a ${}^4A_3 \times 3 \times 6$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
3. Se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

4.2. 14 pontos

Tópicos de resposta

- Interpreta o significado de $P(C|(A \cap \bar{B}))$ tendo em conta o contexto descrito:
A expressão $P(C|(A \cap \bar{B}))$ representa a probabilidade de o terceiro bombom, selecionado ao acaso, ter recheio de caramelo, se o primeiro bombom selecionado tiver recheio de frutos secos e o segundo tiver recheio de caramelo.
- Explica o valor do denominador (29) :
Como inicialmente existem 31 bombons, após a seleção dos dois primeiros, existem 29 bombons disponíveis para a seleção do terceiro bombom.
- Explica o valor do numerador (21) :
Como inicialmente existem 22 bombons de caramelo, após a seleção de um bombom de frutos secos e de um bombom de caramelo, existem 21 bombons de caramelo disponíveis para a seleção do terceiro bombom.

Parâmetros	Níveis	Descritores de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	5	Apresenta, de forma completa, os três tópicos.	12
	4	Apresenta, de forma completa, dois tópicos e, de forma incompleta, o outro tópico.	10
	3	Apresenta, de forma completa, apenas dois tópicos. OU Apresenta, de forma completa, um tópico e, de forma incompleta, os outros dois tópicos.	8
		Apresenta, de forma completa, um tópico e, de forma incompleta, apenas outro tópico. OU Apresenta, de forma incompleta, os três tópicos.	
	1	Apresenta, de forma completa, apenas um tópico. OU Apresenta, de forma incompleta, apenas dois tópicos.	3
B Linguagem científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

5.1. 12 pontos

Opção (C)

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Identificar \overrightarrow{OA} como vetor normal ao plano mediador do segmento de reta $[OA]$ 1 ponto
- Identificar as coordenadas do vetor \overrightarrow{OA} $((2\sqrt{3}, 6, 0))$ 1 ponto
- Obter as coordenadas do ponto médio do segmento de reta $[OA]$ $((\sqrt{3}, 3, 0))$ 1 ponto
- Obter uma equação do plano mediador do segmento de reta $[OA]$ 3 pontos
 - Escrever $2\sqrt{3}x + 6y + d = 0$ (ou equivalente) 1 ponto
 - Escrever $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 6 \times 3 + d = 0$ 1 ponto
 - Obter o valor de d (-24) 1 ponto
- Reconhecer que as coordenadas do ponto B são da forma $(\sqrt{3}k, 16 - 5k, 0)$ 1 ponto
- Escrever $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 6(16 - 5k) - 24 = 0$ (ou equivalente) 1 ponto
- Obter o valor de k (3) 1 ponto
- Obter as coordenadas do ponto B $((3\sqrt{3}, 1, 0))$ 1 ponto
- Obter a distância do ponto B ao ponto médio do segmento de reta $[OA]$ (4) 1 ponto
- Obter \overline{OA} $(4\sqrt{3})$ 1 ponto
- Obter o valor pedido $(40\sqrt{3},$ ou equivalente) 2 pontos

2.º Processo

- Designemos por $(a, b, 0)$ as coordenadas do ponto B .
- Escrever $a^2 + b^2 = (a - 2\sqrt{3})^2 + (b - 6)^2$ (ou equivalente) 3 pontos
- Obter a equação $4\sqrt{3}a + 12b - 48 = 0$ (ou equivalente) 2 pontos
- Reconhecer que as coordenadas do ponto B são da forma $(\sqrt{3}k, 16 - 5k, 0)$ 1 ponto
- Escrever $4\sqrt{3} \times \sqrt{3}k + 12(16 - 5k) - 48 = 0$ (ou equivalente) 1 ponto
- Obter o valor de k (3) 1 ponto
- Obter as coordenadas do ponto B $((3\sqrt{3}, 1, 0))$ 1 ponto
- Obter as coordenadas do ponto médio do segmento de reta $[OA]$ $((\sqrt{3}, 3, 0))$ 1 ponto
- Obter a distância do ponto B ao ponto médio do segmento de reta $[OA]$ (4) 1 ponto
- Obter \overline{OA} $(4\sqrt{3})$ 1 ponto
- Obter o valor pedido $(40\sqrt{3},$ ou equivalente) 2 pontos

6. 14 pontos

Reconhecer que a altura do triângulo $[ABC]$ relativa à base $[AB]$ é $1 - \cos \alpha$ 2 pontos

Reconhecer que $\overline{AB} = \operatorname{tg} \alpha$ 2 pontos

Determinar $\operatorname{tg} \alpha$ 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelos menos, dois processos.

1.º processo

Escrever $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ (ou equivalente) 3 pontos

Obter $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{8}$ 4 pontos

2.º processo

Escrever $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3}$ 2 pontos

Escrever $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$ (ou equivalente) 1 ponto

Obter $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{8}$ 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ ou equivalente}\right)$ 3 pontos

7.1. 14 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 2 pontos

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(2 - e^{-x}) + x + 2)$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ 1 ponto

Determinar $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 10 pontos

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen}(ax)}{e^x - 1}$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen}(ax)}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen}(ax)}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{e^x - 1}$ 3 pontos

Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen}(ax)}{x} = a \times \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen} y}{y}$ 2 pontos

Obter $a \times \lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen} y}{y} = a$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{-1}$ 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{-1} = \left(\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x}\right)^{-1}$ 1 ponto

Concluir que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a \times 1 = a$ 1 ponto

Concluir que $a = 2$ 2 pontos

7.2. 14 pontos

Escrever $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2 - e^{-x}) + x + 2}{x}$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2 - e^{-x}) + x + 2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(2 - e^{-x})}{x} + 1 + \frac{2}{x} \right)$ 3 pontos

Obter $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(2 - e^{-x})}{x} \right) = 0$ 3 pontos

Obter $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right) = 1$ 2 pontos

Obter $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(2 - e^{-x}) + 2)$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(2 - e^{-x}) + 2) = \ln 2 + 2$ 2 pontos

Obter uma equação da assíntota ($y = x + \ln 2 + 2$, ou equivalente) 1 ponto

8. 12 pontos

Opção (B)

9.1. 14 pontos

Determinar $g'(x)$ (ver nota 1) 2 pontos

Escrever $g'(x) = 0$ 1 ponto

Determinar o zero de g' 2 pontos

Apresentar um quadro de sinal de g' e de monotonia de g 3 pontos

Apresentar os intervalos de monotonia de g (ver nota 2) 2 pontos

Reconhecer que os extremos relativos são $g(0)$ e $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 2 pontos

Determinar $g(0)$ e $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\left(1 \text{ e } \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}\right)$ 2 pontos

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a pontuação mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.
2. Se for referido que a função é crescente em $\left[0, \frac{\pi}{4}\right[$, em vez de $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, e decrescente em $\left]\frac{\pi}{4}, \pi\right[$, em vez de $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

9.2. **14 pontos**

- Equacionar o problema ($g(x) = x$, ou equivalente) 3 pontos
- Considerar a função f , definida por $f(x) = g(x) - x$ 3 pontos
- Referir que a função f é contínua em $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ (**ver notas 1 e 2**) 2 pontos
- Determinar $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 1 ponto
- Determinar $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 1 ponto
- Concluir que $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0 < f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (ou equivalente)..... 2 pontos
- Concluir o pretendido 2 pontos

Notas:

1. Se apenas for referido que a função f é contínua, esta etapa é considerada como cumprida.
2. Se for referido que a função f é contínua em $\left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

10. **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Obter $3e^x - 3e^{-x} = e^x + e^{-x}$ 3 pontos
- Obter $2e^x - 4e^{-x} = 0$ 3 pontos
- Obter $e^{2x} = 2$ 4 pontos
- Obter a solução da equação $\left(\frac{\ln 2}{2}, \text{ ou equivalente}\right)$ 4 pontos

2.º Processo

- Obter $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{1}{3}$ 4 pontos
- Obter $3e^{2x} - 3 = e^{2x} + 1$ 3 pontos
- Obter $e^{2x} = 2$ 3 pontos
- Obter a solução da equação $\left(\frac{\ln 2}{2}, \text{ ou equivalente}\right)$ 4 pontos

11.	14 pontos
Determinar o diâmetro da circunferência (6)	2 pontos
Apresentar a equação $d(t) = 6$ (ou equivalente) (ver nota 1)	4 pontos
Representar o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que permite(m) resolver a equação (ver nota 2)	4 pontos
Assinalar os pontos relevantes	2 pontos
Apresentar os valores pedidos (1,4 s e 3,3 s)	2 pontos

Notas:

1. Se não for apresentada qualquer equação, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos. As restantes etapas são pontuadas de acordo com o desempenho, desde que seja inequívoco que correspondem à resolução da equação que traduz corretamente o problema.
2. Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

12.	12 pontos
Opção (B)	

13.	14 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	

1.º Processo

Substituir i^{23} por $-i$	1 ponto
Obter $z_1 - i = -6i$	1 ponto
Obter $-6i = 6e^{i\frac{3\pi}{2}}$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $z_2 = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter um argumento de z_2^n em função de n (por exemplo, $\frac{4n\pi}{3}$)	1 ponto
Obter um argumento de w em função de n (por exemplo, $\frac{3\pi}{2} - \frac{4n\pi}{3}$)	2 pontos
Reconhecer que w é um imaginário puro se $\frac{3\pi}{2} - \frac{4n\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter $n = \frac{3-3k}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter o valor pedido (3)	2 pontos

2.º Processo

- Substituir i^{23} por $-i$ 1 ponto
- Obter $z_1 - i = -6i$ 1 ponto
- Reconhecer que w é um imaginário puro se e somente se z_2^n for um número real 3 pontos
- Obter $z_2 = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter um argumento de z_2^n em função de n (por exemplo, $\frac{4n\pi}{3}$) 1 ponto
- Reconhecer que z_2^n é um número real se $\frac{4n\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter $n = \frac{3k}{4}, k \in \mathbb{Z}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter o valor pedido (3) 2 pontos

14. 14 pontos

- Designemos por x_1 e x_2 as abcissas dos pontos A e B , respetivamente.
- Reconhecer que as ordenadas dos pontos A e B são, respetivamente, ax_1^2 e ax_2^2 2 pontos
- Determinar $f'(x)$ (**ver nota**) 2 pontos
- Obter uma equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto A 2 pontos
- Obter uma equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto B 2 pontos
- Obter a abcissa do ponto de intersecção das retas tangentes 3 pontos
- Reconhecer que a abcissa do ponto médio de $[AB]$ é $\frac{x_1 + x_2}{2}$ 1 ponto
- Concluir o pretendido 2 pontos

Nota: Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a pontuação mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	3.	4.2.	5.1.	5.2.	7.1.	8.	9.1.	9.2.	11.	12.	14.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	12	14	12	14	14	12	14	14	14	12	14	158
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.	4.1.	6.	7.2.	10.	13.	Subtotal						
Cotação (em pontos)	3 × 14 pontos						42						
TOTAL													200